This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

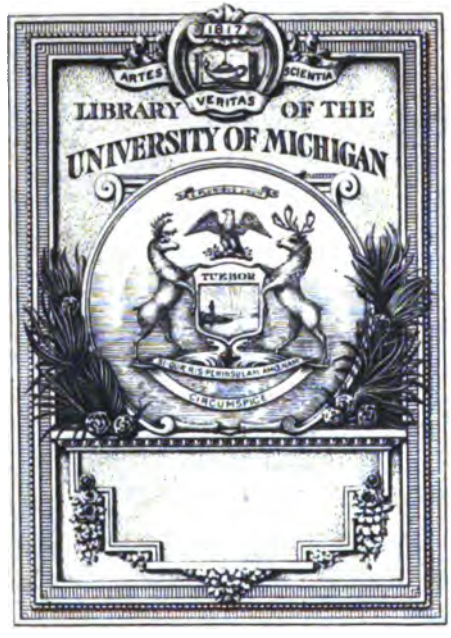
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`


1817
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR

QA
35
.L72
1755

A. 3

TABULÆ MEMORIALES PRÆCIPUA ARITHMETICÆ TUM NUMERICÆ TUM LITERALIS, GEOMETRIÆ, ETIAM CURVARUM, ET TRIGONOMETRIÆ, ATQUE UTRIUSQUE ARCHITECTURÆ ELEMENTA COMPLEXÆ,

IN USUM AUDITORUM CONSCRIPTÆ

Biblioth. Vsem. A. Cæs. 1815.

JOSEPHO LIESGANIG e S. J.
MATHESEOS PROF. PUBL. ORD. ET EXAMINAT.
IN UNIVERSITATE VIENNENSI.

MYSKOWSZKY VICTOR
240.

ANNO M DCC LV.

VIENNÆ AUSTRIÆ,
TYPIS JOANNIS THOMÆ TRATTNER, SAC. CÆS. REG. MAJEST. AULÆ TYPOGRAPHI ET BIBLIOP.

Hist of Sci.
Ranschbg
3-4-30
20588

TABULÆ MEMORIALES
RECOLENDIS MATHESEOS ELEMENTIS SERVIENTES.
PRÆLIMINARIA. Tab. I. Arithm.

MATHESIS pura est *Scientia Quanti*, seu omnis illius, quod sub mensuram, aut numerum cadit. In *Methodo* sua adhibet *Definitiones*, *Axiomata*, *Postulata*, *Propositiones*, & *Demonstrationes* sive pure speculativas (*Theoremata*) sive practicas (*Problemata*); item *Porismata* seu *Lemmata*, *Corollaria*, *Hypotheses*, *Scholia*.

§. 1. ARITHMETICA, quæ est *Scientia Quanti quoad numerum*, alia est *Numerica*, alia *Literalis*, seu *Speciosa*, *Algebra*, *Analysis*. Species illius sunt quinque: *Numeratio*, *Additio*, *Subtractio*, *Multiplicatio*, *Divisio*.

2 *Signa Arithmetica*,

+ Collectionis, seu Additionis. $a+b$, dic, a plus b, hoc est, ad a additum est b.

— Diminutionis seu subtractionis. $a-b$, dic, a minus b, hoc est, ab a ablatum est b.

$\times$ Multiplicationis. $\left\{\begin{array}{l} a \cdot b \\ a \times b \end{array}\right\}$ a multiplicatum per b.

$(a+dc)\ (be-g)$ est $a+dc$ multiplicatum per $be-g$.

Interposita linea, Divisionis. $a : b$, vel $\frac{a}{b}$, est a divisum per b.

$(a+dc) : (be-g)$, est $a+dc$ divisum per $be-g$.

$=$ Æqualitatis. $a=b$, a est æquale b.

$>$ Majoritatis. $a>b$, a est majus, quam b.

$<$ Minoritatis. $a<b$, a est minus, quam b.

$\backsim$ Similitudinis. $a \backsim b$, a est simile b.

Scholion. Similia *qualitatem*, & *proportionem*; Æqualia vero *quantitatem* vel *quotitatem* partium respiciunt, Lineolæ transversæ, vel zifræ, Literæ alicui vel numero supra scriptæ dicuntur *Exponentes*, *Logarithmi*.

3 *Quantitas est vel*

Positiva, id est, vere realis, seu major nihilo. Habes ex. gr. 10. *fl.*, nihilque ulli debes; hi 10 *fl.* sunt quantitas positiva. Habet semper signum + vel expresse, vel in initio alicujus summæ, tacite.

Nulla. Habes 10 *fl.*, sed simul totidem debes Petro, hic habes reipsa nihil. Nam $10-10=0$.

Negativa. Habes 10 *fl.*, debes autem Petro 20 *fl.*, habes igitur minus nihilo, & quidem -10 *fl.* Nam $10-20=-10$.

Simplex { Incomplexa. a, b, &c. / Complexa. $a+b$, $d+g$ &c. } { $3a$, $2b$ &c. / $3a+2b$ &c. }

Composita { Incomplexa. ab, dm, &c. / Complexa. $ab+dm-eg$ &c. } { $4ab$, $5dm$, &c. / $4ab+5dm$ &c. }

Affecta coëfficiente numerico; licet reipsa omnis quantitas affecta sit coëfficiente minimum 1. Nam $b=1b$, $bf=1bf$.

Homogenea, seu ejusdem speciei.

Heterogenea, seu diversæ speciei.

Scholion. In Algebra quantitates homogeneæ iisdem, heterogeneæ diversis; cognitæ primis, incognitæ ultimis Alphabeti literis exprimuntur.

4 *Axiomata*. Totum est majus quavis sua parte.

5 Totum est æquale omnibus suis partibus simul sumptis.

6 Æqualia possunt sibi invicem substitui.

7 Quæ sunt æqualia (vel similia) eidem tertio, sunt æqualia (vel similia) inter se.

8 Si tota sunt æqualia, etiam æquales sunt eorundem Totorum partes dimidiæ, tertiæ &c. Et vicissim.

NUMERATIO. Omnis Zifra (& ſuo modo etiam zerus) duplicem valorem habet, unum *proprium*, alterum relativum ad locum, quem actu occupat. Hæc habe. Enunciaturus propoſitum numerum 1) incipiendo a dextris per interpoſitas virgulas eum divide in claſſes, cuivis claſſi tres notas aſſignando. 2) Eodem ordine poſt binas claſſes, ſeu ſupra ſeptimam notam, virgula una pro millionibus; rurſum poſt duas claſſes, ſeu ſupra decimamtertiam duæ pro billionibus &c. ſignentur. Reliqua vivam vocem potius requirunt. Sit enuntiandus numerus granorum tritici Seſſæ debitorum.

///			//			/					
1	8,	4	4	6,	7	4	4,	0	7	3,	7
decas	unitates	centenarii	decades	unitates	centenarii	decades	unitates	centenarii	decades	unitates	centenarii
Trillionum.			*Billionum.*			*Millionum.*			*Millenariorum.*		

0	9,	5	5	1	6	1	5
decades	unitates	centenarii	decades	unitates	centenarii	decades	unitates
Millionum.			*Millenariorum.*			*Simplices.*	

Hoc eſt: *Octodecim Trilliones; quadringenta quadraginta ſex millia ſeptingenti quadraginta quatuor Billiones; ſeptuaginta tria millia, ſeptingenti & novem Milliones; quingenta quinquaginta & unum millia ſexcenta & quindecim* grana tritici.

Archimedis mille myriades octavorum numerorum:

X IX VIII VII VI V
I, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000,
IV III II I
000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000,

9 ADDITIO. Subſcribantur, & ſubducta prius linea, addantur numeri *dati* B unitates, unitatibus alterius *dati* A, decades, decadibus &c. Erit *ſumma* ſeu *aggregatum* C. *Vide Exempl. Arith.* I. II.

10 NB. 1) Si unitates excreſcant in decades, ſolæ unitates aut zerus ſcribendus eſt, rejectis ad proximam a ſiniſtris notam tot unitatibus, in quot decades prior numerus excrevit. *Vide* III.

11 2) Idem fiat tali caſu in additione quantitatum *heterogenearum*: tot nempe unitates ad proximè majorem ſpeciem rejiciendæ ſunt, quoties majoris ſpeciei valor in aggregato iſto minoris continetur. *Vide* IV. Opportune hic quoque agetur oretenus de *Sexageſimalibus*, quarum una ſemper 60 proxime inferioris ſpeciei continet. *Vide* V.

12 *ALGEBRAICA ADDITIO.* Heterogeneæ *quantitates quacunque ſub ſignis ſuis ſibi juxta ponuntur.* Vide I. *In* Homogeneis *coefficientes addantur, ſi eadem ſigna habeant; ſi diverſa, ſubtrahuntur, & majoris coefficientis ſignum præfigitur, niſi coefficientes hi ſub diverſis ſignis æquales ſint; tunc enim quantitates ſe mutuo omnino deſtruunt. Nam* $2a - 2a = 0$. Vide II.

13 SUBTRACTIO. Numero *ſubtrahendo* majori A ſubſcribantur, & ſubducta linea auferantur ab ejus unitatibus unitates, a decadibus decades &c. *ſubtrahentis* B, erit C Differentia, vel *reſiduum*. Vide I.

14 NB. 1) Si nota *inferior* major ſit ſuperiore, ſuperior hæc augeatur una decade, eique proxima a ſiniſtris nota unitate minor reputetur. *Vide* II. Idem eſt, ſi in ſubtrahendo ſit unus vel plures *zeri* continui; nam dextimus 10, intermedii vero 9 valebunt, proxima autem valens nota unitate mulctetur. Vide III.

15 2) In heterogenеis unitas mutuata non recte 10, ſed tot unitates valet, quot hæc unitates ſpeciei minoris continet. *Vide* IV. V.

16 *ALGEBRAICA SUBTRACTIO. In ſubtrahente omnia ſigna muta in contraria & fac additionem.* §. 12. V. Ex.

17 Examen { *Additionis.* Subtrahe a ſumma unum ex datis, reſiduum debet eſſe alter datus. *Subtractionis.* Adde reſiduo ſubtrahentem, ſumma debet eſſe ſubtrahendus.

18 MULTIPLICATIO eſt ſæpius repetita additio. Diſcendus eſt Abacus Pythagoricus (*Vid. I.*) aut *Regula Pigri* colenda. Multiplicaturus 1) incipiendo rurſum a dextra duc unitates *multiplicatoris* B in ſingulas notas *multiplicandi* A; poſthac eodem modo decades, dein centenarios &c. 2) Prima, id eſt, dextima nota *Producti* ſeu *Facti partialis* C, D, E &c. ſubſcribatur ſemper in claſſe notæ actu multiplicantis. 3) De unitatibus in decades excreſcentibus ſervetur §. 10. 4) Facta omnia partialia ſummentur. *Vid. II.*

NB. 1)

19 NB. 1. Si alteruter *Factorum* aut uterque habeat in fine unum vel plures Zeros, hi omnes Facto Totali adscribuntur in fine. *Vid.* III. Hinc facilis est multiplicatio per 10, 100 &c. cum præterea *unitas nihil multiplicet, nec dividat.*

20 2) In *heterogeneis* majores species prius ad minores reducendæ sunt (quod fit si major species per valorem minoris multiplicetur) & tum multiplicatio fit, ut §. 18. Quodsi datus numerus heterogeneus tantum sæpius accipi debeat, reductione hac opus non est. *Hic audi explicantem.* De Sexagesimalium Multipl. & Divisione dicetur infra §. 51.

21 *ALGEBRAICA MULTIPLICATIO fit vel per signa multiplicationis* (§. 2), *vel conjungendo continue literas quantitatum se multiplicantium, quocunque ordine id fiat, modo singula membra multiplicatoris ducantur in singula multiplicandi, & præterea coefficientes, si adsint, etiam inter se multiplicentur. Hoc* NB. *Pro facto quantitatum se multiplicantium signa eadem dant signum* +; *signa diversa* —. Vide I. II. III.

22 DIVISIO, quæ est repetita Subtractio, quærit *Quotum*, seu quoties *divisor* contineatur in *dividendo*. Nam toties *divisor* est in *dividendo*, quoties *unitas* est in *quoto*.

I. Si divisor est unica nota (*Vid. exempl. I.*) incipe a sinistris, & cum 4 in 1 non contineatur, quære 1) 4 in 12 quoties? Ex. 3, & quotum hunc post lunulam scribe. 2) 4 in 9 quoties? Ex. 2, sed nempe remanente 1, quæ pro decade sequenti zifræ adjicienda est. Unde 3) quære 4 in 17 quoties? Ex. 4, iterum remanente 1, & sic deinceps per notas quotcunque.

NB. Si post omnes operationes aliquid post ultimam subtractionem remaneat, id scribatur post quotum, & subscribatur divisor. Dicitur *Fractio*. 2) Si Divisoris dextimæ notæ sint zeri, eos interea a Divisore, & totidem notas a Dividendo abseca, quas postea vel solas, vel residuo adjunctas per modum fractionis quoto adjungas. 3) Si factum a quoto in divisorem majus est, quam membrum dividendi, a quo subtrahi deberet, signum est, quotum minorem assumendum esse; si vero post subtractionem residuum majus sit, vel æquale divisori, quotus major assumi debet. Itaque observando semper hunc ordinem seu regulam (*Quære quotum. Multiplica. Subtrahe.*) sic operare - - -.

II. Si divisor habeat plures notas (*Vid. II.*) semper per solam primam a sinistris, divisoris notam 1) quære quotum (2 in 19 quoties?) qui hic tantum est 7. 2) Multiplica per quotum (7) totum divisorem (246,) factumque (1722) subscribe competenti dividendi membro (1944). 3) Ab hoc eodem factum (1722) subtrahe, & finivisti primam operationem. *Pro 2. operatione* ad residuum (222) depone proximam a dextris dividendi notam (0). Iterum 1) quære quotum (2 in 22), qui est 9. 2. Multiplica totum divisorem per novum hunc quotum 9. 3) Subtrahe factum (2214) a dividendo (2220) & sic deinceps omnia ut in prima operatione perage.

NB. *Heterogenei* prius reducuntur ad minimam speciem, tum fit divisio modo nunc dicto (§. 20).

23 *ALGEBRAICA DIVISIO. I. Si divisor non sit quantitas complexa; cum divisio destruat, quod multiplicatio componit; in quotcunque dividendi membris reperis totum divisorem, eum dele; reliqua enim litera sunt quotus; coefficientes vero dividendi divide per coefficientes divisoris, si adsint.* Vide I.

II. Si divisor est quantitas complexa, ordo operationis Arithmeticus servandus, nempe: quære quotum, multiplica. subtrahe. *Præterea* (§. 21.) *signa eadem pro quoto dant* +; *diversa* —. Vide II.

24 *Examen Multiplicationis.* Si factum *dividatur* per unum factorem, quotus debet esse alter factor.
Divisionis. Si divisor *multiplicetur* per quotum, factum erit dividendus.

25 *Coroll.* Hinc si idem per eandem quantitatem multiplicetur simul & dividatur, manet idem $\frac{6.\ 2}{2} = \frac{12}{2} = 6$.

Scholion, *Compendia.* In Multiplicatione I. *Si magnus numerus multiplicandus est per 9, multiplica eum per 10, & a facto subtrahe ipsum multiplicandum.* II. Praxis Italica *per numerorum disgressionem.* In Divisione; *fac prius omnia multipla Divisoris a 2 usque ad 9.*

26 *GENESIS FRACTIONUM* Quævis quantitas spectari potest tanquam Unitas, tanquam unum Totum in diversissimas partes divisum, majores alias, aljas minores. Hæ partes igitur sunt *partes unitatis*, & dicuntur *Fractiones*; quarum partium cum iterum dentur partes subalternæ minores & minores, hæ *Fractiones Fractionum* eruut, seu *partes partium*. Nempe florenus dividi potest in 20 grossos, in 60 crucif., in 240 numos: grossus in 3 crucif.; crucifer in 4 numos &c. Hinc Fractio reipsa Divisio est, & Divisionis etiam modo scribitur 2: 3. vel usitatius, $\frac{2}{3}$. Numerus infrà lineolam, vel post duo puncta positus, dicitur *Denominator*, quia denominat partes, sub quibus Totum hic & nunc expressum repræsentat, uti hic in 3 partes divisum. Numerus supra lineolam, vel ante duo puncta positus, dicitur *Numerator*, quia numerat, quot tales partes Totius hic & nunc dentur, uti hic duæ Tertiæ. Ex his sequitur

27 *Coroll.* 1. Si Numerator est *minor* Denominatore, fractio erit minor quam 1 seu integer: $\frac{a}{b} < 1$. (§. 4).

Si Numerator est *æqualis* Denominatori, fractio erit æqualis 1 seu integro: $20 = \frac{20}{20} = \frac{60}{60} = \frac{240}{240} = 1$ &c. (§. 5.)

Si Numerator est *major* Denominatore, fractio erit major 1 seu integro, diciturque *impropria*: & quantum excedat integrum, reperies, si per Denominatorem divideris Numeratorem: quod dicitur *Reductio fracti ad integrum*: $\frac{2}{2}\frac{1}{0} = 1\frac{2}{2}\frac{1}{0}$

28 *Coroll.* 2. Fractio *minor altera fractione* est illa, quæ minus habet de Toto; minus autem de Toto habet illa, cujus Numerator sæpius continetur in suo Denominatore, seu Toto: *æqualis* vero alteri est, si Numerator continetur toties in suo Denominatore, quoties Numerator alterius fractionis continetur in suo. Sic $1\frac{2}{12} < \frac{3}{6}$; ast $\frac{4}{8} = \frac{15}{30}$.

29 Scholion. *Quivis integer numerus per fractum exprimi potest, si ei pro Denominatore subscribatur* 1 (§. 19) *Itaque* Fractionibus mixtis (*dum nempe operationem integri fractis mixti ingrediuntur*) *eadem, quæ simplicibus, regula servient, modo integros, subscripto Denominatore* 1, *tanquam fractos exprimas.*

30 *Theorema I.* Si & Numerator & Denominator fractionis per idem multiplicentur, eadem manebit semper fractionis valor. Ex. gr. $\frac{a}{b} = \frac{a.d}{b.d} = \frac{ad}{bd}$ §. 25.

31 *Coroll.* 1. Hinc $1 = \frac{1}{1}$ (§. 29) $= \frac{1.20}{1.20} = \frac{20}{20} = \frac{60.2}{60.2} = \frac{120}{120}$ &c. Item $\frac{2}{3} = \frac{2.10}{3.10} = \frac{20}{30}$ &c.

32 *Coroll.* 2. Hinc iterum patet *Reductio fractionis ad eandem denominationem cum altera vel pluribus fractionibus*, quæ pariter fit, eodem numero in totam fractionem ducto. Hæc brevis est regula: 1) Multiplica inter se omnes datarum fractionum Denominatores; factum erit Denominator communis. 2) Multiplica Numeratorem fractionis A per Denominatorem fractionis B; & vicissim Numeratorem fractionis B per Denominatorem fractionis A; aut (si plures sint fractiones) uniuscujusque fractionis C, D, E, &c. Numeratorem per omnes omnium *reliquarum* fractionum Denominatores.

I.						II.								
A	B	A		B	A	B	C	D	E	C		D	E	C	D	E
$\frac{12}{24}$	& $\frac{10}{40}$	$\frac{12.40}{24.40}$	&	$\frac{10.24}{40.24} = \frac{480}{960}$	&	$\frac{240}{960}$	$\frac{2}{1}$ & $\frac{3}{4}$ & $\frac{4}{6}$	$\frac{2.4.6}{1.4.6}$ & $\frac{3.1.6}{4.1.6}$ & $\frac{4.1.4}{6.1.4} = \frac{48}{24}$	& 18 & 16					

33 Scholion. 1. *Hoc principio nititur reductio Totius ad quasvis partes, vel quantitatum heterogenearum ad quamvis speciem minorem, ut inter se comparari, multiplicari, dividi possint* (§. 20). *Sic 4 florenos reducis ad cruciferos, si 4 per 60 multiplices; 3 orgyias ad pedes, si 3. 6 = 18*, &c.

34 Scholion 2. *Usus reductionis ad eundem denominatorem est* 1mus.) *facta hac reductione ipsi Numeratores clare ostendunt, quænam fractio sit major altera* (§. 28). 2dus.) *In Additione et Subtractione fractionum, quæ requirunt quantitates homogeneas.*

35 *Theorema II.* Si & Numerator & Denominator per idem dividantur, fractionis valor manet idem. *Demonstratio* ex Theoremate priore infertur, cum utique, quod Multiplicatio componit, Divisio destruat.

36 *Coroll. Reductio igitur fractionis ad minores terminos fiet* 1) Si Numerator est *aliquota* (est autem *aliquota* quantitas, quæ aliquoties sumpta alteram metitur, opponiturque ei *aliquanta*) respectu Denominatoris, divide Numeratorem per seipsum, quotusque erit 1; divide & ipsum Denominatorem per eundem Numeratorem, habebis minoribus terminis expressam Fractionem. Sic erit $\frac{240}{480} = \frac{240:240}{480:240} = \frac{1}{2}$ 2) Si Numerator non est aliquota respectu Denominatoris, tenta alium numerum (praxi magistra) qui & Numeratorem & Denominatorem metiatur, eoque divide utrumque. Sic $\frac{48}{54}$ divisione per 6, erit $= \frac{48:6}{54:6} = \frac{8}{9}$. 3) Vel divide majorem numerum per minorem, minorem per Residuum, idque, donec obtineas Divisorem, qui post divisionem nullum Residuum relinquat, erit hic ultimus Divisor *communis mensura* tam Numeratorem, quam Denominatorem datæ fractionis exacte divisura.

37 ADDITIO. 1) Reduc fractos ad eundem Denominatorem. 2) Adde *Numeratores*. $\frac{2}{6}, \frac{2}{5}, \frac{1}{8} = \frac{80, 96, 30}{240} = \frac{206}{240}$ Summa.

SUB-

38 SUBTRACTIO. 1) Reduc ad eundem Denominatorem. 2) Subtrahe *Numeratores*. $\frac{3}{4} - \frac{6}{10} = \frac{30-24}{40} = \frac{6}{40}$ Reſiduum.

39 Scholion. *Si plures fracti ab uno vel pluribus ſubtrahendi, fac prius utrorumque Summas, & tum ſubtrahe.*

40 MULTIPLICATIO. Duc 1) *Numeratores* omnes in ſe. 2) *Denominatores* omnes in ſe. $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$ Item $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{4}{20} = \frac{24}{1000}$ Factum.

41 DIVISIO. Inverte Diviſorem, & fac Multiplicationem. $8 : \frac{3}{12}$ Fac $\frac{8}{1} \cdot \frac{6}{3} = \frac{48}{3} = 16 = 1\frac{1}{3}$ Quotus.

42 Scholion. *Animadvertes per Multiplicationem fractiones minui, econtra per Diviſionem augeri. Nam multiplicare fractionem eſt multiplicare Diviſionem, id eſt, in partes partium dividere, ita ut ſi fractionem fractionis (ex. gr. $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{10}$ unius fl.) deſideres, non alia re opus ſit, quam ut $\frac{2}{10}$ per $\frac{1}{2}$ multiplices; erit factum $= \frac{2}{20} = 2$ xr. Ex quibus jam conſtat, ab oppoſito, per Diviſionem fractiones augeri.*

43 *Problema.* Transmutare fractionem de una denominatione in aliam; ejusve valorem quærere. Vis ex. gr. $\frac{2}{4}$ habere ſub Denominatore 10. Multiplica Numeratorem (2) per novum Denominatorem (10), erit factum $= 20$. Factum hoc divide per priorem Denominatorem (4), erit $20 : 4 = 5$; proinde $\frac{2}{4} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$.

44 Scholion. *Nihil hic de Algebra ſpeciatim dictum eſt, cum in fractis nihil a Numerica diverſi habeat.*

45 *DECIMALIS* Fractio, Mathematicis uſitata, eſt, quæ pro Denominatore habet numerum aliquem decennarium 10, 100, 1000. &c. Sit linea aliqua AB diviſa in 10 partes, ſitque AC $\frac{1}{10}$ totius AB ſeu unitatis (§. 26). Si AC iterum dividatur in 10 partes, erit $\frac{1}{10}$ de AC jam $\frac{1}{100}$ totius AB; $\frac{1}{10}$ vero de AC iterum ſubdiviſa in 10 partes, dabit partes, quarum una jam erit $\frac{1}{1000}$ totius AB &c. &c.

46. *Coroll.* 1. Erit igitur AB $= 1 = \frac{1}{1}$ (§. 19.) $= \frac{1 \cdot 10}{1 \cdot 10} = \frac{10}{10} = \frac{100}{100} = \frac{1000}{1000}$ &c. &c. in infinitum, modo ſemper pari Zerorum numero augeatur & Numerator, & Denominator (§. 30.)

47 *Coroll.* 2. Hinc præter communem fractionibus ceteris expreſſionem (Vid. A.) duplici adhuc modo exprimuntur *Decimales*; nempe 1.) ſcribuntur ſoli Numeratores, totque virgulis ſignantur, quot Zeros haberet Denominator, ſi ſcriberetur (Vid. B.). 2) ſcribuntur ſimpliciter per modum numeri alicujus integri, ea ſolum cautela, ut numerus integer (ſi adſit; ſi vero non adſit, ejus loco ponitur initio Zerus), commate a fractionibus ſibi adhærentibus diſtinguatur; Numerator vero quicunque tot gradibus removeatur dextrorſum ab integro, quot reſpondens illi Denominator habet Zeros, idque ſive plures ſint, ſive unice fractio. Ubi NB. Si fractionum plurium ſe conſequentium ſeries in Denominatoribus ſit interrupta, ita ut ex. gr. poſt fractionem, quæ habet Denominatorem 10, ſequatur fractio cum Denominatore 1000, adeoque nulla adſit cum Denominatore 100, loco hujus abſentis ponitur Zerus. (Vid. C. D.)

A.	B.	C
$5 = \frac{5.10}{1.10} = \frac{50}{10} = \frac{500}{100} = \frac{5000}{1000}$	$= 50 = 500 = 5000$	$= 5,0 = 5,00, = 5,000$ &c.
$\frac{2}{10} = \frac{20}{100} = \frac{200}{1000} = \frac{2000}{10000}$	$= 2 = 20 = 200$ &c.	$= 0,2 = 0,20, = 0,200$ &c.
D. $6 + \frac{8}{10} + \frac{3}{1000} + \frac{7}{10000} =$	$6.8.0.3.0.0.7 = 6803007$	$= 6,803007.$

48 ADDITIO, & SUBTRACTIO Decimalium, ſi ſcribantur, ut in A, fit ut in fractis: ſi ſcribantur vero ut in B, C, D, fit plane, ut in integris (§. 9). Sunt igitur potius ut integri exprimendæ.

49 MULTIPLICATIO, & DIVISIO item. Id unum obſerva: (Vid. I. II.) Pro *facta Multiplicationis* adduntur: Pro *Quoto Diviſionis* ſuberadduntur *Exponentes*.

I.	II.
6803	202) 6803 (33 + 137
2, 02 *H*	606
13606	743
13606	606
1374206 V	137

50 Scholion. *Si Dividendus [illegible] reipſa major, habeat tamen pauciores notas, quam Diviſor; augeatur pro libitu adjectis in fine zeris, & fiat diviſio modo dicto. Eodem modo ultimum reſiduum* (hic 137) *augendo zeris, fieri poteſt approximatio ad verſiorem quotum in ſecundis, &c.*

51 *SEXAGESIMALIUM Additio & Subtractio* opportune *Tab. II.* pertractatæ ſunt. In earum *multiplicatione* notandum, quod, ut in Decimalibus, *Exponentes* addendi ſint, in *Diviſione* ſubtrahendi; ſive Sexageſimales ad minimam ſpeciem reductæ (§. 33.); ſive ſingulæ ſpecies per ſingulas multiplicentur, aut dividantur.

52 Quantitas aliqua, per seipsum semel aut sæpius multiplicata dicitur *Potentia, Potestas, Dignitas, elevata ad secundam, tertiam &c. potentiam.* Quantitas vero hæc eadem, nondum multiplicata, dicitur *Radix*, vel *Latus* Potentiæ.

&c. &c.	a^m, Universaliter.
$2.2.2.2 = 16$	$aaaa = a^4$, Quarta &c.
$2.2.2 = 8$	$aaa = a^3$, Tertia, Cubus.
$2.2. = 4$	$aa = a^2$, Secunda, Quadratum.
$2 = 2$	$a = a^1$, prima, Radix.
$1 = 1$	$a = 1$, nulla potentia (§. 66

53 *Radix* { *Rationalis* est, quæ numero exacte exprimi potest. Ut 2 est radix de 4 de 8, &c.
Irrationalis, vel *Surda*, quæ numero exacte exprimi non potest. Sic Quadratum 20 habet radicem surdam, Nam $4.4 = 16 < 20$, & $5.5 = 25 > 20$.
Imaginaria, vel *Impossibilis* datur in illa potentia, quæ pro exponente habet numerum parem 2, 4, &c. & præfixum signum —. Sic $-aa$, -4 habent radicem imaginariam, quia nulla quantitas per seipsam adeoque sub eodem signo, multiplicata potest in Productu habere signum — (§. 21). Potest tamen — 2 esse radix de Cubo — 8, de Quadrato cubo — 32 &c. quarum nempe potentiarum exponentes sunt numeri impares, 3, 5, 7 &c. }

Monomia	e		$= 30$
Binomia	$a + b$	$20 + 10$	$= 30$
Trinomia	$d + b + c$	$15 + 10 + 5$	$= 30$
&c. &c.		2 3 2	

Potest tamen omnis Radix reduci ad Binomiam, quod ex exemplo, & §. 5. patet.

54 *Signum radicis* est $\surd$, & quidem Quadratæ $\surd$ vel $\surd^2$, Cubicæ $\surd^3$ &c. $\surd^2 9 = 3$, id est, radix quadrata de 9.

55 *Extractio Radicis* est inventio numeri, ex quo per se ipsum multiplicatio extitit Quadratum, Cubus &c.

56 *Theorema.* Omne Quadratum componitur ex duobus Quadratis partium (a & b) & ex duobus factis partium (a & b) in se ductarum.

$a + b$	$4 + 6 = 10$	
$a + b$	$4 + 6 = 10$	A.
$aa + ab + bb$	$16 + 24 + 36$	
$+ ab$	$+ 24$	
$aa + 2ab + bb$	$16 + 48 + 36 = 100$.	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

Coroll. Igitur *Divisione* opus est, quæ solvat, quod *Multiplicatio* composuit. Fiat ergo extractio $\surd$ ex $aa + 2ab + bb$. 1) quia radix de $aa = a$, pone a post lunulam ejusque quadratum aa subtrahe. 2) quia $\frac{2ab}{2a} = b$; alteram radicis binomiæ partem b obtinebis, si $2ab$ dividas per $2a$ more solito. 3) Jam inventæ partis b quadratum subtrahe.

$aa + 2ab + bb$	($a + b$, Radix
Subtr. aa	
Div. $2a$	$+ 2ab + bb$, Resid.
	$\frac{2ab}{2a}$
	$0 + bb$, Resid.
Subtrahe	bb
	0

Sit jam extrahenda $\surd$ ex numero 87616. Quia quadrato duarum notarum etiam maximo (81) respondet radix unius tantum notæ (9), ut Tabella A exhibet, distingue datum numerum in classes binarum notarum, incipiendo a dextra sinistrorsum. Tum intuendo semper suprascriptam formulam Algebraicam - - - - - -

I. 1) ad primam classem sinistimam (8) quam interea supponis esse aa, quare (cum 8 quadratum non sit) *quadratum proximæ minus* (4), idque a suppositio aa (8) *subtrahe*; ejus vero radicem (2) post lunulam pone, eritque adeo $2 = a$. Ad Residuum (4) depone proxime sequentem notam (7); erit 47 verum $2ab$.

2) *Divide* $2ab$ (47) per $2a$ ($2.2 = 4$), & habebis alterum radicis notam b (9). Ad Residuum (11) quod post Divisionem remanet, depone iterum proximam notam (6) &

3) *Subtrahe quadratum b* nunc inventi, nempe $9.9 = 81$. Ad Residuum (35) depone proximam notam (1) & incipe

II. Operationem, in qua jam & a & b prius inventæ valebunt simul a *novum*, seu primam partem radicis adhuc extrahendæ. Hinc

1) *Divide* prius Residuum (351) per $2a = 29$. $2 = 58$, obtinebis *novum* $b = 6$. Ad Residuum (3) depone proximam notam 6, &

2) *Subtrahe quadratum novi b* ($6.6 = 36$). Eodem, quo in 2da Operatione, modo procede semper, hoc solum adverte, quod in subsequente quavis operatione omnes, per priores operationes pro radice inventæ notæ valeant a, solaque altera radicis pars b deinceps quæratur.

Suppositum aa	$2ab$	bb	$2ab\ bb$ (296
I. Operatio 8	7	6	1 6 ($a\ b$
Subtr. $aa = 4$	:	:	: :
	:	:	: :
Div. $2a = 4$	7	:	: :
	6	:	: :
	1	1 6	: :
Subtr. $bb =$		8 1	: :
II. *Div.* $2a = 58$	3	5	1 :
	3	4	8 :
	0	0	3 6
Subtr. $bb =$			3 6
			0 0

novum pro 2da operatione

UNI-

58 UNIVERSIM. *Ad extrahendam radicem cujuscunque Potentiæ, eleva radicem binomiam* a + b *ad illam potentiam, cujus radix petitur, ut habeas operationis formulam: in distinctione vero numeri in classes, tot cuivis classi sinistrorsum notas assigna, quot unitates habet Exponens data Potentiæ. Tum* (1) *semper a sinistima classe* subtrahe *Potentiam, quam* a *in formula ostendit.* 2) *Ex secundo formula tua membro per* Divisionem *quære* b. 3) *Habitis jam* a *&* b *reliqua omnia formulæ tuæ membra in numeros solve, &* subtrahe. *Sic absoluta prima & secunda classe eodem modo procede ad reliquas, incipiendo semper operationem a* Divisione *ex secundo formulæ membro pro inveniendo novo* b; *pro* a *enim assumuntur omnes jam prius inventæ notæ radicales.*

59 Sit *ex. gr.* extrahenda *Radix Cubica* ex numero 13814. Eleva itaque radicem de $a + b$ ad tertiam potentiam, quæ erit $aaa + 3aab + 3bba + bbb$ (§. 52). Itaque facta ternarum notarum sinistram versus distinctione

1) *Subtrahe* a sinistima classe (13), proximum cubum (8), ejus radicem (2) post lunulam scripta. Deposita proxima nota (8) - - - - - -

2) *Divide* $3aab$ (58) per $3aa = 3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$; acquires $b = 3$.

3) *Subtrahe* $3bba = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 54$.

4) *Subtrahe* $bbb = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$.

60 Scholion 1. *Ex allato exemplo pro simili casu observa* 1) *Licet Divisor* $3aa = 12$, *quater contineatur in* 58 *quotum tamen solum* 3 *accipi debuisse; secus enim* (*ut tentanti patebit*) bbb *subtrahi non potuisset.*

61 Scholion 2. *Observa* 2) *operatione tota peracta adhuc supereße, & quidem magnum Residuum* (1647); *proinde datum numerum habere radicem cubicam* Surdam. *Ut radix vere propior obtineatur, adhibenda est* Approximatio per decimales. *Videlicet residuo classem zerorum* (*hic trium, in Quadrato duorum &c.*) *adjunge, & operare, ac si hi zeri essent pars dati numeri. Itaque assumpto* novo a (23) *divide* $3aab = 16470$ (*ita ut Quotus unius tantum notæ prodeat*) *per* $3aa = 3 \cdot 23 \cdot 23 = 1587$, *acquires* novum $b = 9$, *quem quotum prioribus notis radicalibus adnectes, tanquam numeratorem fractionis Decimalis, cui respondet Dominator* 1000. (§. 45.) *Tum subtrahe* $3bba = 5589$, *& denique* $bbb = 729$. *Si ulterius approximare velis, Residuum* (162081) *iterum auge tribus zeris, & operare ut ante, id curando, ut in fractione Decimali tot Dominator habeat zeros, quot Numerator notas.* (§. 47.)

62 *In fractis* Radix extrahitur tum ex Numeratore, tum ex Denominatore. $\sqrt{\frac{100}{100000}} = \frac{10}{100}$

63 *Examen Extractionis.* Radix *Rationalis* per seipsam toties, quoties data potentia exigit, multiplicata: *Surda* vero addito præterea suo Residuo, debet restituere numerum datum.

64 ALGEB. ADDITIO & SUBTRACTIO Potestatem iisdem literis expressarum fit ut §§. 12. 16.

65 MULTIPLICATIO, addendo exponentes. Sic $a^2 . a^3 = a^{2+3} = a^5$, $x^m . x^n = x^{m+n}$. In numeris patet.

66 DIVISIO, Subtrahendo exponentes. Sic $a^3 : a^2 = a^{3-2} = a^1 = a$, $a^4 : a^4 = a^{4-4} = a^0 = 1$ (§. 52.)

67 *Coroll.* Quia $a^{4-4} = a^0 = 1$, erit $a^2 : a^4 = a^{2-4} = a^{-2} < 1$, id est, quantitas cum exponente negativo est fractio, cujus Numerator est 1, Denominator potentia cum suo exponente. Sic $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$, $x^{-5} = \frac{1}{x^5}$, $y^{-n} = \frac{1}{y^n}$.

68 ELEVATIO fit multiplicando exponentes. Sic a^3 elevatum ad 2dam potentiam $= a^6$, x^m ad $n = x^{mn}$.

69 EXTRACTIO radicis, dividendo exponentem Potentiæ per exponentem radicis $\sqrt[2]{x^n} = x^{\frac{n}{2}}$, $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$.

70 Scholion 1. *Quandoque Extractio radicis solum indicatur præfixo signo* $\sqrt{}$. *sic* $\sqrt{}8 = 2$; *Elevatio vero omittendo præfixum signum* $\sqrt{}$. *Sic* $\sqrt{}4$ *elevata ad secundam potentiam, erit* 4.

71 Scholion 2. *Hac omnia facile applicantur quantitatibus binomiis &c. si eas per modum monomiorum consideres & exprimas. Nempe* $(a + b)^2$ *vel* $\overline{a + b}^2$. $\overline{a + b}^3 = (a + b)^5$ *vel* $\overline{a + b}^5$ &c. &c.

Scholion 3. *Si quantitas irrationalis in factores dispersa continet rationalem, ex hac radix extrahi, & signo* $\sqrt{}$ *præfigi solet.* Sic $\sqrt{}12 = \sqrt{}4 . 3 = 2\sqrt{}3$.

72 RATIO est respectus, est comparatio quantitatum ad invicem. Quantitatum seu *Terminorum*, qui inter se comparantur, primus dicitur *antecedens*, alter *consequens*.

73 Ratio { *Geometrica* habetur per *divisionem*. 6 ad 2 (scribitur 6 : 2). Quotus (*Exponens, Nomen rationis*) est 3.
Arithmetica per *subtractionem*. 6 ad 2 (scribitur 6 - 2) Differentia est 4.

74 Ratio Geometr. { *Majoritatis*, seu *Multipla*, dum antecedens est major consequente, & in specie - - - - { *Dupla*, 12 : 6, quia exponens = 2.
Tripla, 12 : 4, - - - - - - - = 3.
Qdrpla, 12 : 3, - - - - - - = 4 &c.
Minoritatis, seu *submultipla*, dum antecedens est minor consequente, & in specie - - - { *Subdupla*, 6 : 12, quia exponens = $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$
Subtripla, 4 : 12, - - - - - - = $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ &c.
NB. In hac exponens semper est fractio.
Scholion. *Dum exponens prater integrum habet fractum, appellationes sunt varia.*

75 *Corollarium*. Rationes æquales sunt, quæ habent eundem exponentem. 12 : 6 = 24 : 12, & 4 : 8 = 5 : 10. Ratio econtra major est, quæ habet exponentem majorem. 6 : 3 < 6 : 2; ast 6 : 2 > 8 : 4, & 4 : 12 > 4 : 16.

76 *Theorema I.* In ratione { *Arithmetica* Summa ex termino minore & Differentia
Geometrica Factum ex termino minore & Exponente } dat majorem.
Sit 6 — 2, Differentia 4, erit 4 + 2 = 6 termino majori. In Geom. 12 : 6, exponens 2; erit 6. 2 = 12. (§. 24.) Est nempe Divisor multiplicatus per quotum.

77 *Theorema II.* Quæ habent eandem rationem ad idem tertium, sunt æqualia.

Sit $a : b$ & $d : b$. Erit $bc = a$ (§. 76); sed idem $bc = d$ (ib.); ergo $a = d$ (§. 7.)

78 PROPORTIO est duarum rationum æqualitas, & ideo exprimitur per signum =, item :: &c.

79 Proportio { *Continua*, dum consequens rationis primæ est iterum antecedens secundæ. 12 : 6 = 6 : 3, vel 12 : 6 : 3, $a : b = b : c$, vel $a : b : c$, vel $\div\!\div\, a.b.c$.
Discreta, dum rationum antecedentes sunt diversi. 12 : 6 = 8 : 4, $a : b = d : g$, vel &c.

80 *Theorema I. Fundamentale*. Factum duorum extremorum (*termini primi & quarti*) est æquale facto mediorum (*secundi & tertii*): vel *in continua*, Quadrato medii.

Sit $a : b = c : d$. Erit (§. 76) $nb : b = nd : d$; sed in hac, multiplicando medios & extremos, est $nbd = bnd$; ergo etiam $ad = bc$ (§. 7).

81 *Coroll.* 1. Datis itaque tribus terminis obtinetur quartus, si *factum mediorum* (vel in *continua*, quadratum medii) *dividatur per primum* terminum (§. 24). Sit 8 : 4 = 6 : quartum, quem interim voca x. Erit 4. 6 = 24 = 8. x; & 24 divisum per 8 = x = 3; proinde 8 : 4 = 6 : 3.

82 *Coroll.* 2. In continua *Medius proportionalis* habetur, si ex facto datorum duorum extremorum extrahatur radix quadrata. Sit 8 : x = x : 2, Erit 16 = xx; ergo x = 4, proinde 8 : 4 : 2.

83 *Coroll.* 3. Hinc $\div\!\div$ 1 : a : aa : aaa : $aaaa$ &c. hoc est, Unitas, Radix, Quadratum, Cubus, & quotcunque demum potentiæ naturali suo ordine positæ, sunt *continue* proportionales (§. 80.)

84 *Coroll.* 4. Hinc Unitas est ad Multiplicatorem, sicut Multiplicandus ad Factum. Et: Unitas est ad Quotum, sicut Divisor est ad Dividendum. Et in Fractionibus; Denominator ad suum Numeratorem, sicut Denominator novus ad Numeratorem quærendum (§. 43)

85 *Scholion.* Quæ a §. 75 usque ad §. 82 dicta sunt, *quantitatibus* Æquidifferentibus (*seu Arithmetice proportionalibus*) *facile applicabis, modo id observes*: in proportione Arithmetica debere fieri per *Additionem*, quod in Geometrica fit per *Multiplicationem*; & per *Subtractionem*, quod in illa fit per *Divisionem*. Medius *vero* æquidifferens *obtinetur, si summa primi & tertii dividatur per* 2.

Theo-

86 *Theorema II.* Duo facta æqualia solvi possunt in proportionem *Reciprocam.* (*Sequitur ex* §. 80.) Nempe si $ab = cd$, erit $a : c = d : b$, ita ut, si a (quod arbitrarium est) assumas pro primo proportionis termino, illius socius factor b pro ultimo poni debeat; factores vero alterius partis c & d pro mediis.

87 *Coroll.* Hinc varie transponi possunt termini, ut tamen semper maneat proportio *juxta* §§. 80, 78, 75. Vid. *NB.*

NB. Sit $ab = cd$ erit $a : c = d : b$

$8 \cdot 3 = 4 \cdot 6$

$8 : 4 = 6 : 3$

A) $a : d = c : b$, Alternando, $8 : 6 = 4 : 3$, vel Permutdo,

B) $c : a = b : d$, Invertendo, $4 : 8 = 3 : 6$

$c : b = a : d$ &c. &c. $4 : 3 = 8 \cdot 6$

Item

C) Dividendo, $a - c : c = d - b : b$ $8 - 4 : 4 = 6 - 3 : 3$

D) Componendo, $a + c : c = d + b : b$ $8 + 4 : 4 = 6 + 3 : 3$

E) Convertendo, $a : a - c = d : d - b$ $8 : 8 - 4 = 6 : 6 - 3$

F) Mixtim, $a + c : a - c = d + b : d - b$ $8 + 4 : 8 - 4 = 6 + 3 : 6 - 3$

G) Item, $a + d : c + b = a : c$ $8 + 6 : 4 + 3 = 8 : 4$

H) $a - d : c - b = a : c$ $8 - 6 : 4 - 3 = 8 : 4$

88 *Theorema III.* Proportionalia tertio sunt proportionalia inter se (§. 78, 75.)

89 *Theorema IV.* Quatuor proportionales singillatim multiplicati, aut divisi per alios quatuor ipsis correspondentes proportionales, dant facta & quotos proportionales.

Dem. per Algebram ex §. 76. Sit $512 : 64 = 216 : 27$, erunt *facta* $4096 : 256 = 1296 : 81$

$8 : 4 = 6 : 3$ *quot:* $64 : 16 = 36 : 9$ *juxta* §. 80 *vel* 75.

Coroll. Hinc si Radices sunt proportionales, etiam proportionales sunt earundem Potentiæ.

91 *Theorema V.* Æquemultipla (*per idem multiplicata*) aut æquesubmultipla (*per idem divisa*) sunt simplis (adeoque per §. 88. etiam sibi invicem) proportionalia.

Dem. ex §. 76. Sit $8 : 4 = 6 : 3$. Multiplicando 6 & 3 *ex gr.* per 3, erit $6 : 3 = 18 : 9$; Dividendo 6 & 3 per 3, erit $6 : 3 = 2 : 1$ (§. 75.)

92 *Theorema VI.* Si sint duæ proportiones, in quibus sibi invicem subscriptis, lineæ ad inæquales quantitates ductæ sunt parallelæ, erunt hæ quantitates proportionales *ex æquo.*

Dem. Sit $a : c = b : d$, Erit $\begin{cases} a : c = b : d \\ b : d = m : n \end{cases}$ (§. 87, A); ergo $a : c = m : n$ (§. 88) vel $a : m = c : n$ (§. 87. A)

93 *Theorema VII.* Si, in eadem hypothesi, lineæ ad inæquales quantitates ductæ convergunt, erunt hæ quantitates proportionales *ex æquo perturbato.*

Dem. Sit $a : b = c : d$.

& $b : m = n : c$: erit ob $bc = bc$ (§. 80.) etiam $ad = mn$ (§. 7.); unde $a : m = n : d$ (§. 86.)

94 *Theorema VIII.* Si in duabus proportionibus primi antecedentes, & ultimi consequentes (vel vice versa) æquales sunt, reliqui termini sunt *reciproce* proportionales.

Dem. Sit $a : b = c : d$

& $a : m = n : d$, erit $ad = bc = mn$; unde $b : m = n : c$ (§. 86).

95 *Theorema IX.* Si in duabus proportionibus bini antecedentes, vel bini consequentes sunt æquales, reliqui termini proportionales sunt.

Dem. Sit $a : b = c : d$ Erit $\begin{cases} a : c = b : d, \\ a : c = m . n \end{cases}$ (§. 87, A.); ergo $b : d = m : n$ (§. 88.)

96 *Theorema X.* Si sint quotcunque termini proportionales, erit Summa omnium antecedentium ad summam omnium consequentium, ut quivis antecedens ad suum consequentem.

Dem. Sit sub n exponente, $a : b = c : d = e : f$, erit (§. 76 & h.), $(nb + nd + nf) : (b + d + f) = nb : b$ $(= a : b)$; nam $(nb + nd + nf)\ b = (b + d + f)\ nb$; ergo. (§. 80.)

97 RATIO COMPOSITA est comparatio facti ex antecedentibus cum facto ex consequentibus plurium rationum sive æqualium, sive diversarum; ejusque exponens semper est factum exponentium simplicium.

Sint rationes simplices 4 : 2, 8 : 4, 6 : 2, *erit composita* (4 · 8 · 6) : (2 · 4 · 2) *seu* 192 : 16. *Exponens* $= 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$.

98 *Coroll.* 1. Hinc exponens compositæ e duabus rationibus *æqualibus*, semper est quadratum exponentis simplicis, diciturque *Ratio Duplicata* (non dupla); exponens vero compositæ e tribus rationibus æqualibus, est cubus exponentis simplicis, diciturque *Ratio Triplicata* (non Tripla) &c. &c.

99 *Coroll.* 2. Atque inde in proportione continua primus terminus est ad tertium in ratione duplicata; ad quartum in ratione triplicata termini primi ad secundum (sive ut quadratum, ut cubus termini primi, ad quadratum, ad cubum termini secundi) & universim: *Potentia sunt in ratione tantuplicata radicis, seu laterum, quot unitates habet e pe mens potentiæ.* Plura oretenus.

100 REGULA TRIUM (merito *Aurea* dicta) est methodus ad datos tres numeros inveniendi quartum proportionalem, *juxta* §. 81. Et hæc quidem dicitur *Regula aurea simplex; Composita* vero illa, in qua datis 5, vel 7 numeris debet inveniri sextus, vel octavus proportionalis. Utraque rursum dividi solet in *Directam* (in qua termini eo, quo proponuntur, ordine) & *Inversam*, in qua termini inverso ordine, sunt proportionales. Regula Inversa opus non est, modo termini debito ordine collocentur.

101 Scholion 1. *Pretia mercibus, reditus & census tempori ac sorti, merces operarum labori ac tempori: partes similes Totis, pondera ponderibus, & mensuræ mensuris &c. proportionalia sunt.*

102 Scholion 2. *Ut proportionis terminos debito ordine colloces, 1) Adverte, quid quarendum sit? & semper quantitatem quarendæ homogeneam pone pro tertio termino. 2) Adverte, an consideratis quæstionis circumstantiis quartus, qui quæritur, terminus minor esse debeat, quam tertius: tunc enim etiam secundus terminus minor esse debet, quam primus. Et vice versa. Ex paradigmatis.*

I. 2 *ulnæ panni constant* 8 *fl.; quot constabunt* 6 *ulnæ? Stabit proportio* directe . . .
2 *ulnæ sunt ad* 6 *ulnas; sicut* 8 *fl. ad florenos x. Erit* $x = (6 \cdot 8) : 2 = 48 : 2 = 24$ *fl.* (§. 81).

II. 10 *Laboratores absolvunt opus intra* 18 *dies; quot diebus ad idem opus absolvendum indigebunt laboratores* 20? *indigebunt utique diebus paucioribus; igitur quartus numerus dierum,* 20 *laboratoribus respondentium, minor esse debet, quam tertius; proinde etiam secundus terminus minor esse debet, quam primus. Erit ergo proportio* inverse: $20 : 10 = 18 : x$; *ergo* $x = (10 \cdot 18) : 20 = 180 : 20 = 9$ diebus.

103 III. REGULA COMPOSITA *compendio quidem & unica Regula Trium peragi solet, si res in quæstione propositæ prius per adjectas suas circumstantias multiplicentur; tutius tamen ages, si facias distinctas proportiones duas, dum* 5; *tres, dum* 7 *sunt termini; illudque simul attendas, an non proportionum quapiam sit* Inversa.

Sors 100. *fl. dat* 2 *annorum spatio censum* 10 *fl.; quantum censum intra* 3 *annos dabunt* 2480 *fl.? Fac . . .*
1) *fl.* $100 : 2480 = 10$ *fl. census* 100 *fl. respondens, ad censum x intra eosdem* 2 *annos. Erit* $x = 248$ *fl.*
2) 2 *anni sunt ad* 3 *annos; ut* 248 *fl. census* 2 *annorum* 2480 *fl. respondens, ad censum* 3 *annorum. Erit* $x = 372$ *fl.*

104 Scholion 3. Compendio *locus est* I. *dum unus terminus ex tribus datis est alterius aliquota, vel cum duo ex datis termini per quemcunque alium numerum exacte dividi possunt* (§. 91.) *Sit* $100 : 5 = 8646 : x$, *erit* $20 : 1 = 8646 : x$, $= 432\frac{6}{20}$. *Vel sit* $72 : 48 = 10 : x$, *dividendo primos duos per* 8, *erit etiam* $9 : 6 = 10 : x$, *vel etiam* $3 : 2 = 10 : x = 6\frac{2}{3}$. II. *Dum integri cum fractis proportionem ingrediuntur, reduci possunt ad eundem Denominatorem, & operatio fieri cum solis Numeratoribus. Fractiones enim eundem Denominatorem habentes, utpote partes similes* (§. 101.), *sunt inter se ut Numeratores.*

105 REGULA SOCIETATIS. Summam aliquam, lucrum vel damnum plurium totale, tributum pendendum &c. in partes æquales dividit juxta summæ partialis collatæ, vel annuorum redituum &c. proportionem. Tot faciendæ sunt proportiones, in quot partes summa dividenda est.

Ex. gr. Dederit mercator *A* 10000 *fl.*, *B* 5000 *fl.*, *C* 3000 *fl.*, erit totum collatum 18000 *fl.* Lucrati sunt simul 9000 *fl.*

Proportio semper sic ordinatur: *Ut totum collatum ad quodvis partiale collatum A, B &c. ita totum lucrum ad lucrum respondens collato A, B &c.*

18000	: 10000 = 9000	: x	= 5000 *fl.*	Lucrum merc. *A*
	: 5000 =	: y	= 2500 *fl.*	Lucrum merc. *B.*
	: 3000 =	: z	= 1500 *fl.*	Lucrum merc. *C.*

106 Schol. 1. *Si collatis pecuniis adjuncta sint tempora diversa, multiplicetur prius collatum quodvis per suum tempus, tum fiat proportio modo nunc dicto.* Examen: *Summa lucrorum partialium debet esse æqualis lucro toti.*

107 Schol. 2. *Regulam* Alligationis & falsi *Algebra;* Logarithmos *Trigonometria reservamus.*

108 PROGRESSIO est series numerorum *Arithmetice* vel *Geometrice continue* proportionalium.

109 *Theorema.* In progressione *Arithmetica* Summa termini primi & ultimi est æqualis Summæ quorumvis duorum meliorum ab extremis æquedistantium, vel (si numerus terminorum est impar) medii duplo. In *Geometrica,* dictorum numerorum facta sunt æqualia.

Sit Arith. 1, 3, 5, 7, 9, 11; *erit* $1 + 11 = 5 + 7$, & $1 + 9 = 5 + 5$. *Geom.* 1, 2, 4, 8, 16, 32: *erit* $1 \cdot 32 = 4 \cdot 8$, & $1 \cdot 16 = 4 \cdot 4$, &c. Demonstratur ex ipsa genesi Progressionum (§. 73, 76, 85).

110 *Coroll.* 1. *Progressionis Arithmetica maximus* terminus invenitur sic 1) Differentia multiplicetur per numerum terminorum unitate mulctatum. 2) Factо, quod prodit, adde terminum minimum. *Minimus* vero habetur, si nunc dictum Factum substrahas a termino maximo. *In Exempl.* §. 109, $2 (6 - 1)$ *seu* $2 \cdot 5 = 10$, adde primum 1; erit ultimus seu *maximus* 11; *minimus* vero $11 - 10 = 1$.

Summa invenitur, si Summa termini primi & ultimi multiplicetur per dimidium numerum terminorum. *Sic* §. 109, $(1 + 11) 6 : 2$, *seu* $12 \cdot 3 = 36$ *Summa* omnium terminorum.

111 *Coroll.* 2. *Progressionis Geometrica maximus* terminus sic reperitur. 1) Exponentem rationis toties per se ipsum multiplica, quot unitates, demptis duabus, habet numerus terminorum. 2) Factum hoc multiplica per minimum terminum. Ut vero habeas *maximum*, per hoc Factum divide maximum. Sic §. 109, numerus terminorum $= 6$; igitur Exponente 2 quater in seipsum ducto, erit Factum, idemque (cum minimus terminus 1 nihil multiplicet) *maximus* $= 32$; minimus vero $= 32 : 32 = 1$.

Summa sic prodit. 1) Minimum terminum subtrahe a maximo. 2) Residuum divide per Exponentem unitate mulctatum. 3) Quoto huic adde terminum maximum. Sic §. 109, $32 - 1 = 31$, hoc $31 + 1 = 31$; Adde maximum 32,

EQUA-

Tab. VI. Arithm. *De Æquationibus Simplicibus & Quadraticis affectis.*

112 Æquatio eſt expreſſio ejusdem quantitatis per duos valores æquales. *Radix æquationis* dicitur valor quantitatis incognitæ (x, y, z, §. 3.); qui ſi fuerit poſitivus ($x = a$), radix erit *vera*; ſi negativus ($x = -a$), radix *falſa* erit, & non practica.

113 Æquationes nituntur Proportionibus, & Axiomatis §§. 4, 5, 6, 7, 8 allatis, itemque ſequentibus:

114 *Si æqualibus addas, vel ſubtrahas æqualia, manent æqualia.* Metatheſis.

115 *Si æqualia multiplices, vel dividas per æqualia, manent æqualia.*

116 *Radices Quadratorum, Cuborum &c. æqualium, æquales ſunt.*

117 Problema Algebraicum ſoluturus, 1) Statum quæſtionis ſolvendæ, omnesque ejus circumſtantias bene diſcute: quid notum in ea detur? quid ignotum? quid quærendum?

2) Fiat *Denominatio:* cognita primis, incognita ultimis Alphabeti literis (x, y, z) exprime.

3) Fiat *Æquatio:* vide, quænam perpenſis bene Problematis circumſtantiis dicantur; vel colligantur eſſe æqualia, aut proportionalia; eaque per proportionem, aut æquationem exprime. Hinc etſi habeas plures terminos incognitos, x, y, z, ſi tamen ſit ex. gr. x duplum de y, & triplum de z, exprime y per $\frac{1}{2}x$; & z per $\frac{1}{3}x$, ſicque habebis unicum incognitum. Quod ſi vero hæc reductio ad *unicum* incognitum fieri per Problematis hypotheſes nequeat, tot æquationes faciendæ erunt, quot ſunt termini incogniti.

4) Poſita jam ſemel æquatione id unice age, ut quantitatem incognitam ab omnibus cognitis liberam ex una æquationis parte omnino ſolam habeas, ex altera vero parte meras cognitas. Si incognita per cognitas multiplicata ſit, eam & alteram æquationis partem per easdem cognitas divide: ſi diviſa, multiplica. Denique adde, ſubtrahe, extrahe radicem, ſi opus ſit. Fractiones tolles reducendo eas ad Denominatorem communem, & per hunc totam æquationem multiplicando &c. Id ſemper cura, ut quod, cum una æquationis parte facis, idem facias cum altera.

5) Demum ſi incognitam jam meris cognitis æqualem obtinuiſti, valores hos cognitarum, incognitæ æqualium, in numeros ſolve, & habes quæſtionis *Reſolutionem.* Quod ſi Problema ſit Geometricum, ultimo fit *Conſtructio*, ſeu reſolutio æquationis in lineas, vel figuram. Sit igitur primum exemplum, alias per Regulam *falſi* moleſta operatione reſolvendum.

118 I. *Petrus moriturus tribus amicis* 1000 *fl. legat ea conditione, ut Paulus acquirat duplo plus, quam Jacobus; Joannes vero quintam partem Summæ amborum, & præterea* 40 *fl. Quæritur, quantum ſinguli?*

Denominatio. Nihil in propoſita quæſtione notum eſt præter legatum 1000 fl. $= a$. Incognita Summa obventura Paulo $= x$; Jacobo $= y$; Joanni $= z + 40$. At vero vides ex conditione Problematis, Jacobo deberi ſubduplum ſummæ Pauli; ergo loco y pone $\frac{1}{2}x$. Item cum Joanni debeatur quinta pars Summæ amborum priorum, loco z pone $(x + \frac{1}{2}x)\frac{1}{5}$, hoc eſt, (§. 32.) $\frac{2x + x}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3x}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3x}{10}$ (§. 40, 42.), proinde Summa Joannis $= \frac{3x}{10} + 40$. Unde

Æquatio erit, $x + \frac{1}{2}x + \frac{3x}{10} + 40 = a = 1000$

(§. 32.) $\frac{20x + 10x + 6x}{20} + 40 = a$

hoc eſt, $\frac{36x}{20} + 40 = a$

Subtrahe 40, erit $\frac{36x}{20} = a - 40$

Multipl. per 20, erit $36x = (a - 40)\,20$

Divide per 36, erit $x = \frac{(a - 40)\,20}{36}$

Exameh. $x = 533\frac{1}{3}$

$\frac{1}{2}x = 266\frac{2}{3}$ } ex conditione Problematis.

$\frac{3}{10}x = 160$

$+ 40$

Summa, $1000 = a$, reſtituit cognitum.

Reſolutio in numeros, erit $x = ((1000 - 40)\,20) : 36 = (960 \cdot 20) : 36 = 19200 : 36 = 533\frac{1}{3}$

Hinc Summa Jacobi $= \frac{1}{2}x = (533\frac{1}{3}) : 2 = 266\frac{2}{3}$.

Summa Joannis $= \frac{3x}{10} + 40 = 3\,(533\frac{1}{3}) : 10 + 40 = 160 + 40$.

119 II. Unum Mobile intra unum diem peragit iter a, & jam movetur diebus e. Alterum Mobile insequitur modo, sed intra diem peraget majus iter b; quæritur, post quot dies ambo conveniant?

Denominatio. Tempus quærendum $= x$. Iter jam confectum a primo $= ae$, Iter adhuc conficiendum a primo Mobili $= ax$. Iter conficiendum a secundo $= bx$.

Æquatio. $ae + ax = bx$, jam subtr. ax: quia $ax < bx$, erit $ae = bx - ax$, & divid. per $b - a$,

$$\text{erit } \frac{ae}{b-a} = x$$

Resolutio. Sit $a = 10$, $e = 8$, $b = 14$.

Erit $ae : (b-a) = 10.8 : (14-10) = 80 : 4 = 20$ *dies.*

120 III. Dentur duæ species argenti. Primæ probitas, sive *Lega* sit 8 (achtlöthig), alterius 4. Ex his componi debet mixtum lb. 100 sub *Lega* 6. Quæritur, quot partes ex quavis specie sumendæ?

Denominatio. Sint speciei primæ partes accipiendæ $= x$ secundæ y. Exprimantur hæ partes sub sua *Lega* (vel *pretio*) nempe hic $8x$ & $4y$. Mixtum totum vero sub sua nova *Lega* $= 100.6 = 600$. Ratio expressionis hujus est, quia $1 : 8 = x : 8x$.

Æquatio. $x + y = 100$. $x = 100 - y$ (§. 114)

& $8x + 4y = 600$. Substituendo $100 - y$ loco x.

erit $8(100 - y) + 4y = 800 - 4y = 600$

(§. 114) $800 = 600 + 4y$

$800 - 600 = 200 = 4y$.

hinc (§. 115) $200 : 4 = 50 = y$.

Et quia $x = 100 - y = 100 - 50 = 50$, sequitur ex quavis argenti specie 50 lb. sumendas esse.

Scholion. *Hujusmodi Problemata dicuntur* Mixtionis, *vel* Alligationis, *dum metalla, frumentum, vina &c. diversæ probitatis miscentur, eorumque valor intrinsecus aque ac extrinsecus seu pretium augetur, vel minuitur.*

121 IV. Inter duos numeros datos a & b invenire quotcunque medios continue proportionales.

Sint inveniendi duo x & y.

Erit (§. 79.) $a : x : y : b$

Sed $a : b = a^3 : x^3$ (§. 99.)

$$x^3 = \frac{ba^3}{3}$$

Ergo (§. 81.) $x = \sqrt[3]{ba^2}$ (§. 23.)

Unde $x = \sqrt[3]{ba}$

Invento x habebis y. tertium nempe proportionalem (per §. 81.); & cum respectu quorumcunque duorum antecedentium quivis proxime sequens sit tertius proportionalis, patet, invento semel secundo termino facile reperiri quotcunque medios continue proportionales.

122 V. Datis tribus terminis a, b, c invenire quartum *harmonice* proportionalem $= x$.

NB. In Proportione Harmonica debet esse differentia inter terminum primum & secundum ad differentiam inter tertium & quartum, ut est terminus primus ad quartum. Itaque

Erit $a - b : c - x = a : x$

unde (§. 80) $ax - bx = ac - ax$, add. ax

$2ax - bx = ac$, div. per $2a - b$

$$\text{erit } x = \frac{ac}{2a-b}.$$

Sit $a = 6$, $b = 8$, $c = 12$, erit $x = 18$.

123 *PROBLEMA INDETERMINATUM* est, in quo non per ipsas propositæ quæstionis conditiones, sed ex numero aliquo ad libitum (nisi expresse adsit aliqua conditio restringens) assumpto reliqui determinantur. Unde in his Problematibus eo redigi debet æquatio, ut ex una parte sit unus incognitus terminus solus, ex alia alter incognitus quibuscunque cognitis affectus. Pro hoc affecto assume numerum quemvis, & ex eo determinabitur incognitus ex altera parte solus positus; inde tertius incognitus &c.

124 Distribuendi sint 100 fl. in 30 Studiosos pauperes ea lege, ut Theologus aquirat 8, Philosophus 5, Humanista. 1 fl. Quæritur, quot sint futuri Thli. quot Phli, quot Humstæ? Sit numerus Theologorum $= x$, Phlorum $= y$, Humst. $= z$. Erit per conditionem Probl. $x + y + z = 30$, & multiplicando numerum horum per fl. $8x + 5y + 1z = 100$ fl.

Et quia ex prima æquat. $x = 30 - y - z$ (§. 114.)

erit secunda æquatio, $8(30 - y - z) + 5y + z = 100$

hoc est $240 - 8y - 8z + 5y + z = 100$.

seu $240 - 3y - 7z = 100$ (§. 12.)

Erit autem $240 - 100 = 3y - 7z = 0$ (§. 114.)

igitur $140 = 3y - 7z$.

Assume jam $y = 7$, erit $140 - 3.7 = 119 = 7z$.

Consequenter $119 : 7 = 17 = z$.

Unde $x = 30 - y - z = 30 - 7 - 17 = 30 - 24 = 6$.

125 *ÆQUATIO QUADRATICA Simplex* est, dum Quadratum termini incogniti æquatur meris cognitis, ex. gr. $xx = cd + b$. *Affecta* est, dum præter Quadratum incogniti adest præterea radix incogniti affecta cognito, ex. gr. $xx + ax = db$.

Pro solvenda æquatione Quadratica affecta hæc nota. Constat ex §. 56, omne Quadratum componi ex quadratis & duplo facto duarum partium. Quadratum de $x + \frac{1}{2}a$ est $xx + \frac{1}{2}ax + \frac{1}{2}ax + \frac{1}{4}aa$, hoc est $xx + ax + \frac{1}{4}aa$. Si itaque detur æquatio $xx + ax = db$, statim video, $xx + ax$ esse quadratum binomium *incompletum*, cum illi desit quadratum partis secundæ. Video simul, x esse unam partem radicis, & (quia ax duplum factum) $\frac{1}{2}a$ esse necessario secundam partem radicis; est enim $ax = \frac{1}{2}a.x + \frac{1}{2}a.x$. Fiet igitur Quadratum completum, si hujus partis $\frac{1}{2}a$ quadratum $\frac{1}{4}aa$ addam, & quidem (ut maneat salva æqualitas) utrique æquationis parti. Erit nempe $xx + ax + \frac{1}{4}aa = db + \frac{1}{4}aa$ (§. 114.) Hoc facto solvi jam poterit æquatio, & x solum reperiri. Nam extrahendo radicem, erit $x + \frac{1}{2}a = \sqrt{(db + \frac{1}{4}aa)}$; proinde (§. 114.) $x = \sqrt{(db + \frac{1}{4}aa)} - \frac{1}{2}a$.

FINIS.

Pro Progre

I. Quæ est Summa pulsuum i
usque ad 12. noctis incl

II. Dux copiarum 20 militibus
eorum primo quidem p
560 fl., & sic deinceps
20mus, quantum omnes

℞. Ultimus 220, omnes sim

III Emit quidam Bibliotheca
dat 8 numos, pro secund
constabunt omnes libri

℞. 4132808 numos, seu

Pro Progre

I. Venduntur 40 paria equoru
pro secundo pari 4, pro
simul?

℞. 2199023255550 fl.

II. Quot grana tritici accepiss
si ei a Rege Scheram ex
dem abaci areola 1, pro
porro usque ad 64tam are

℞. 18446744073709551 6

Problemata A

I. Invenire duos numeros, qu
Dicatur minor numerus
$x + x + 16$, hoc est $2x +$
major 53.

II. Invenire duos numeros, q
vicem subtracti relinquan
(§. 76.) - Æquatio. $3x -$
jor 48.

Universaliter. Invenire duas
e, differentia d. Sit minor
tio. $ex - x = d$, seu (e
$\frac{d}{e-1}$.

III. Cursor intra diem peragit
ter, primumque assequi deb
titas itineris diurni x a sec
mum dato tempore e asseq
unde $(ab + ae) : e = x$.

Sit $a = 12$, $b = 4$, $c = 10$

IV. Divinare numerum quemcum
ceptum. Voca numerum hu
multiplicare suum numeru
addi 6, habebis $3x + 6$; i
18; hinc $3x = 18 - 6 = 12$
va rem reddet claram.

HMETICA ADDITIO.

fl.	18 gr.	1 xr.	2 n.	V.	120°	54′	48″
	9	2	2		33	24	30
	8	1	0		154	19	18

SUBTRACTIO.

fl.	7 gr.	2 xr.	1 n.	V.	179°	50′	10″	23‴
	19	2	3		88	54	41	53
	7	2	2		90	55	28	30

DIVISIO.

30040
80900
27039
40320
430236000

I. Divisor 4) 12976 (3244 Quotus.

II. 246, 00) 194408, 43 (790 $\frac{6843}{24600}$
1722 : :
2220 :
2214 :
68

RACTIO.

$-3c + 4dg$
$-3c + dg$
$+ \quad -$
$+ 3dg$

MULTIPLICATIO.

I. $a . b = a \times b = ab$, & $(ad + e)\, b = abd + be$.

II. $a . a = aa = a^2$, non $2a$, & $a . a^2 = a^3$ &c.

III. $5bcf - eg$, multiplicandum,
$3ab - de$, multiplicans,
$15abbcf - 3abeg = 5bcdef + deeg$, Factum.

EXTRACTIO RAD. CUBICÆ.

Suppositum	aaa	3aab	3bba	bbb			
I. Operatio	1 3	8	1	4			
Subtr. aaa =	8	:	:	:			
Div. 3aa = 12)	5	8	:	:			
	3	6	:	:			
	2	2	1	:			
Subtr. 3bba =		5	4	:			
	1	6	7	4			
Subtr. bbb =			2	7			
Div. 3aa = 1587)	1	6	4	7	0	0	0
	1	4	2	8	3	:	:
		2	1	8	7	0	:
Subtr. 3bba =			5	5	8	9	:
		1	6	2	8	1	0
Subtr. bbb =					7	2	9
		1	6	2	0	8	1

(2 3 $\frac{9}{10}$
a b
a novum

orum.

A	60	59	58	5	37	36	35	34	33	32	31	60	B
	60 0	59 0 58 1	58 0 57 2	57 56	0 37 0 2 36 23	36 0 35 24	35 0 34 25	34 0 33 26	33 0 32 27	32 0 31 28	31 0 30 29	60 59	
D	1		56 4	55 54	4 35 46 6 35 9	34 48 34 12	33 50 33 15	32 52 32 18	31 54 31 21	30 56 30 24	29 58 29 27	58 57	
1 2	0 1 0 2	2 0 4	3		28 34 32 50 33 55	33 36 33 0	32 40 32 5	31 44 31 10	30 48 30 15	29 52 29 20	28 56 28 25	56 55	
3 4	0 3 0 4	0 6 0 8	0 9 0 12	0	12 33 18 34 32 41	32 24 31 48	31 30 30 55	30 36 30 2	29 42 29 9	28 48 28 16	27 54 27 23	54 53	
5 6	0 5 0 6	0 10 0 12	0 15 0 18	0	56 32 4 18 31 27	31 12 30 36	30 20 29 45	29 28 28 54	28 36 28 3	27 44 27 12	26 52 26 21	52 51	*Triang-*
7 8	0 7 0 8	0 14 0 16	0 21 0 24	0	0 30 50 2 30 13	30 0 29 24	29 10 28 35	28 20 27 46	27 30 26 57	26 40 26 8	25 50 25 19	50 49	*forma* A B C
9 10	0 9 0 10	0 18 0 20	0 27 0 30	0	24 29 36 46 28 59	28 48 28 12	28 0 27 25	27 12 26 38	26 24 25 51	25 36 25 4	24 48 24 17	48 47	

18

19

Un[illegible] comprehendentes, sive longiores sint, sive breviores, non m[illegible] hæ dicuntur *latera* vel *crura*; punctum vero concursus C dicitur [illegible]us vel unica litera C, vel tribus (sed angulis litera in medio enun-tiata) ACB [illegible]

UNIV. OF MICH.

GEOMETRIÆ ELEMENTA.

F. 11.

12.

TAB. I. Geom. *Definitiones quædam, earumque Corollaria; Poſtulata, Axiomata.*

§. 1 GEOMETRIA eſt Scientia *Quanti quoad Dimenſionem.*

2 *Dimenſiones* ſunt tres. 1. in longum, 2. in longum & latum ſimul. 3. in longum & latum & profundum ſimul. Hinc Geometria dividi ſolet in *Euthymetriam*, *Planimetriam*, *Stereometriam.*

3 *Punctum* eſt initium, vel quaſi ſignum magnitudinis, dimenſionis nullius.

4 Si Punctum A concipias moveri verſus B, ſuique veſtigia ſemper relinquere, deſcribet motu ſuo longitudinem AB, omnis latitudinis expertem (§. 3.), ſive, deſcribet magnitudinem unius duntaxat dimenſionis, quæ ideo Algebraice exprimitur per unicam literam, *a*, *b*, *x* &c. diciturque LINEA. F. 1.

5 Si concipias totam lineam AB, motu rectiſſimo, & quoad omnes ſuas partes uniformi, moveri per lineam AC, ſuique veſtigia ſemper relinquere, deſcribet motu ſuo magnitudinem ACBD (ſive brevius AD) longam ſimul & latam, quæ ideo Algebraice exprimitur per duas literas, *ab*, *xx* &c., cum reipſa ſit Multiplicatio, ſeu una quantitas, una linea in alteram ducta; diciturque PLANUM, vel SUPERFICIES.

6 Si concipias totum hoc Planum AD itidem motu undique rectiſſimo moveri deorſum per lineam CE, & ubique Planorum veſtigia poſt ſe relinquere, producet motu ſuo magnitudinem AF longam ſimul, latam & profundam, quæ ideo Algebraice exprimitur per tres literas, *abd*, *aaa*, &c., utpote Planum iterum in Lineam ductum; diciturque SOLIDUM, ſive CORPUS.

7 *Coroll.* 1. Æquales Lineæ per æqualia intervalla & eadem directione motæ gignunt æqualia Plana; æqualia plana vero per æqualia intervalla & eadem directione mota, æqualia corpora gignunt.

8 *Coroll.* 2. Si Punctum A verſus B moveatur via breviſſima, nec dextrorſum, nec ſiniſtrorſum declinando, deſcribet *Lineam Rectam*; ſi alia quacunque via moveatur, deſcribet *Lineam Curvam*. aut Compoſitam ACB, quæ Curva aut Compoſita AC + CB utique major erit, quam AB? F. 2.

9 *Coroll.* 3. Linea aliam lineam tangens, vel ſecans, eam tangit, vel ſecat punctualiter (§. 3, 4).

10 *Lineam rectam ducimus ope* Regulæ, *lignea potius, quam metallica. Bona eſt Regula, ſi idem ipſius latus, juxta quod ducta eſt linea, eidem linea ex adverſa etiam parte applicatum congruat. penna optima chalybea, vel cervina; atramentum vero Sinenſe* (Tuſch.)

11 Si linea recta uno ſui puncto C fixa in gyrum circumagatur, donec in ſeipſam redeat, deſcribet motu ſuo Planum rotundum, ſive *Circulum*; extremo vero ſui puncto B circuli *Peripheriam*, ſeu *Circumferentiam*, a cujus ſingulis punctis neceſſario æqualiter diſtabit *Centrum* C. F. 3.

12 *Coroll.* 1. Hinc æquales ſunt omnes lineæ rectæ AC, CB, CD, a Peripheria ad Centrum C ductæ, quæ *Radii*, vel a *Diametro* AE, *Semidiametri* dicuntur.

13 *Coroll.* 2. Æquales ſunt circuli, qui habent æquales radios, vel diametros.

14 *Coroll.* 3. Duo circuli ſe ſecantes, aut interius tangentes non poſſunt habere idem centrum (§. 11).

15 *Coroll.* 4. Diameter eſt maxima inter lineas intra circulum ductas; ſemper enim erit BC + CA > AB (§. 8); & hinc DE, FG eò minores erunt, quo a centro C remotiores; æqualiter vero a centro diſtantes æquales. F. 4.

16 *Coroll.* 5. Linearum a puncto L extra circulum aſſumpto in cavum circuli peripheriam ductarum, maxima eſt LO, quæ per centrum C tranſit; reliquæ eo minores, quo magis a centro recedunt. Eva contrario extra circulum minima eſt LS, quæ producta per centrum tranſit. Utrumque patebit, ſi ex puncto L tanquam centro, radio LS arcus SN, & radio LO arcus OP ducatur.

17 *Hypotheſis.* Peripheriam omnem cujuscunque circuli ſive magni, ſive parvi, Geometræ dividunt in 360 partes æquales, ſeu *Gradus*. Unde *Semiperipheria* habet 180; quarta pars Peripheriæ, ſeu *Quadrans* 90 *gradus*. *Gradus* habet 60 *Minuta prima*; Minutum primum 60 *ſecunda* &c. (§. 11. Ar.)

18 *Coroll.* Numerus itaque graduum in omnibus Circulis, Semicirculis, Quadrantibus &c. æqualis eſt, toque gradunum eſt arcus *ab*: quot AB; licet arcus AB gradus majores ſint, quam arcus *ab*. F. 3.

19 *Angulus* eſt duarum linearum in uno puncto concurrentium alterius ad alteram inclinatio. Unde lineæ AC & BC angulum comprehendentes, ſive longiores ſint, ſive breviores, non mutant angulum. Lineæ hæ dicuntur *latera* vel *crura*; punctum vero concurſus C dicitur *vertex*. Angulus vel unica litera C, vel tribus (ſed anguli litera in medio enunciata) ACB deſignatur.

…guli mensura est Peripheriæ, ex anguli vertice C tanquam centro, ductæ, arcus AB vel *ab*, est, tot graduum est angulus ACB, vel *aCb*, quot graduum est arcus metiens AB vel *ab*.

Coroll. Hinc anguli, quos idem graduum numerus metitur, æquales sunt, seu arcus metiens sit parvi, seu magni circuli arcus.

Angulus rectus est ACD vel BCD, cum linea DC (quæ inde *Perpendicularis* vel *Normalis* dicitur) lineæ alteri AB insistens, nec versus A, nec versus B inclinatur. Unde mensura anguli Recti ACD est arcus AD, sive Quadrans peripheriæ, adeoque 90 *gradus* (§. 17.); quia peripheria ADBG a duabus Diametris AB & DE, in C ad angulum rectum se intersecantibus, necessario dividitur in 4 partes æquales.

23 *Angulus Obtusus* ACF est major Recto. *Acutus* vero DCF minor Recto; Et obtusus & acutus angulus dicitur *Obliquus*.

24 *Coroll.* 1. Semiperipheria mensurat 2; tota peripheria 4 Rectos: Rectique omnes inter se æquales sunt.

25 *Coroll.* 2. Et hinc anguli, quos duæ vel plures lineæ DC, CF eidem puncto C, rectæ AB insistentes efficiunt. anguli inquam ACD, DCF, FCB omnes simul sumpti æquantur 2 Rectis; anguli vero omnes circa idem lineæ AB punctum C quaquaversum positi, æquantur 4 Rectis. Nam illos dimidia, hos tota peripheria mensurat.

F. 6. 26 *Coroll.* 3. Anguli Verticales *n* & *o* item *e* & *e* æquales sunt. Nam *e* cum *n* facit 2 rectos; & idem *e* cum *o* etiam facit 2 rectos; ergo *n* = *o* (§. 114. *Ar.*) Idem est de *e* = *e*.

27 *Coroll.* 4. Si notus est angulus *e*, innotescit etiam *o* angulus *deinceps*, seu contiguus; est enim illius Complementum ad duos rectos, adeoque *o* = 180 — *e*. Atque hinc si duo anguli *deinceps* æquales sunt, erunt ii Recti.

28 *Parallelæ* sunt lineæ AB & CD, quæ in infinitum productæ æqualiter semper a se distant: seu perpendicula EF & GH æqualia intercipiunt.

29 *Coroll.* Licet jam inde inferre Parallelarum proprietates, & quidem I. *Angulus externus* O *est æqualis interno* S *ad eandem partem*. Nam si *o* esset major, quam *s*, linea *oB* necessario inclinaretur versus lineam *sD* (§. 19.), adeoque lineæ AB & CD productæ concurrerent, nec manerent parallelæ. Idem est de *o* = *r*. II. *Anguli alterni n & s æquales sunt*. Nam *s* = *e*, per nunc dicta; sed *o* = *n* (§. 26.), ergo *s* = *n* (§. 7. *Ar.*) Idem est de *r* = *e*. III. *Duo interni oppositi s* + *e æquantur* 2 *rectis*. Nam *o* + *e* = 2 rectis (§. 25.), sed *o* = *s*; ergo etiam *s* + *e* = 2 rectis seu 180 *gr*. Idem est de *r* + *n*. Atque hinc e converso patebit, si quæ harum proprietatum adsit, lineas fore Parallelas.

F. 7, 30 *PROBLEMA I. Lineam, angulum, vel Arcum dividere in duas vel plures partes æquales, numeri paris.*

I. Resolutio. Fit id per meras bisectiones. Colloca unum pedem circini in A, altero circa medium C duc arcum parvum *d*: tum uno circini pede in B fixo duc arcum *e*, idque tamdiu continua diducendo, aut contrahendo circinum, donec ducti ex A & B arcus se in medio C, lineæ AB exacte intersecent. Eodem modo procedes AC & CB iterum bisecturus; collocato nempe circino A & C duc arcus *r*, *r* &c. &c. Erunt enim AC & CB radii ejusdem circuli, adeoque æquales (§. 12).

F. 8. *II.* Circini uno pede in A & subinde in B collocato, apertura quacunque, attamen dimidia linea AB manifeste majore, duc arcus in C & D se intersecantes. Ducta per has intersectiones linea CD bisecabit lineam AB, eritque simul ad eam *Perpendicularis*. Idem est de bisectione arcus AFB, & anguli ACB. Infertur pariter ex §. 12. Item infra §. 63.

Scholion. *Trisectionem Geometricam anguli obliqui vel arcus illi respondentis, ope solius Regulæ & circini, nemo hactenus dedit: Mechanica fit tentando, ut Res. I.*

F. 9. 31 *PROBLEMA II. Angulum alteri æqualem describere, ex. gr. super linea* ab *angulum* a = *dato A.*

I. Resolutio. Circini uno pede in A posito duc arcum CD apertura quacunque. Eadem apertura ex puncto *a* datæ lineæ duc arcum *cd*. Transfer in hunc arcum *cd*, arcum ED ope circini ex *d* in *e*; & ex *a* per *e* duc lineam *af*. Erit angulus *a* = A dato (§. 12, 19).

F. 10. 32 *II.* Ope *Transportatorii*, quod nihil aliud est, quam Semicirculus in 180 gradus divisus; quæ divisio fit juxta decantatum illum versum: *in tres* (partes), *in binas*, *in tres*, *in quinque seccato*. Paratur autem ex metallo, vel cornu pellucido. *Usus.* Dati anguli vertex A Transportatorii centro C; crus vero unum AD, Transportatorii Semidiametro AE adjaceat: alterum anguli dati crus AB (si opus fuerit, prolongatum) ostendet in Transportatorii peripheria numerum graduum *ex. gr.* 50, quos angulus A comprehendit. Applica jam Transportatorium eodem extimo puncto *a* lineæ datæ *ab*, & peripheriæ illius gradum 50 puncto in subjecta charta signa; linea enim ex vertice *a* ad hoc punctum *e* ducta dabit angulum *a* = A.

33 Scholion. *ex quo patet hoc instrumentum proprium esse explorando numero graduum anguli.*

34 *PROBLEMA III. Ducere perpendicularem* 1. *ex puncto C extra lineam dato.* 2. *ex puncto D dato in linea AB.* 3. *in extremitate B linea AB.*

Reso-

Ref. Cas. 1. Ex dato puncto C duc arcum AEF; tum ex A & F ſub radio minore AG fac interſectionem G; erit CD perpendicularis (§. 12, 22.) *Vide* §. 30. *Ref. II.* F. 11.

Caſ. 2. Cape circino in linea AB puncta E & F utrinque a D æquidiſtantia. Ex E & F fac interſectionem C; erit CD perpendicularis petita *(ib.)* F. 12.

Caſ. 3. Ex puncto dato B fac interſectionem in E & C, apertura arbitraria circini; ex E eadem apertura interſeca arcum nunc in C factum; tum ex C fac ejusdem radii arcum in D, ad quem ex E per C duces lineam ECD; & inde DB erit perpendicularis quæſita. F. 13.

Vel: Aſſumpto extra lineam AB puncto C, per punctum datum B duc arcum ſemicirculo majorem DBE ex E per centrum C duc lineam E C D cœcam; & ex puncto D, in quo ſecatur peripheria, duc lineam DB, perpendicularem. *Reſolutiones Caſus 3, demonſtrabuntur infra* (§. 89, 90). F. 14.

35 Scholion. *Idem exequi licet ope Transportatorii (præcipue ſi id Regulæ circa ſuum centrum mobili inſtructum ſit) itemque* Normæ (Winkel-Hacken). Examen *Normæ fit, ſi in quavis recta DC uno Normæ latere parti BC applicato, juxta alterum ducas lineam AB; tum Normæ extremo C, verſus D inverſo, Norma bona erit, ſi utroque ſuo latere lineis DB & AB congruat* (§. 22.) F. 15.

36 *PROBLEMA IV. Lineæ datæ AB parallelam CD ducere.*

I. Reſolutio. Fac angulos alternos *n* & *o* æquales (per §. 31, 32), habebis, quod petitur (§. 29.) F. 16.

II. Ducto, qui ſit ſemicirculo major, ſuper linea AB arcu EFHG, accipe arcus EF & GH æquales. F. 17.

Scholion. *In hunc finem inventum eſt inſtrumentum, quod* Parallelogrammum *dicitur.* F. 18.

37 Figura eſt continuum Perimetro terminatum; quam *Perimetrum* in Superficiebus efficiunt lineæ; in Corporibus ſuperficies. Spatium perimetro clauſum dicitur *Area* figuræ.

38 *TRILATERÆ* Figuræ. *Triang. Æquilaterum*, ſeu 3 æqualium laterum (A)

39 *Iſoſcèle*, ſive *Æquicrurum*, quod duo tantum latera habet æqualia (B).

40 *Scalenum*, quod omnia latera habet inæqualia (C).

41 *Triang. Rectangulum*, cujus unus angulus (D) eſt rectus.

42 *Obtuſangulum*, vel *Amblygonium*, cujus unus angulus (E) eſt obtuſus.

43 *Acutangulum*, vel *Oxygonium*, cujus omnes tres anguli ſunt acuti (F).

34 *QUADRILATERÆ. Parallelogramma*, quorum oppoſita latera æqualia & parallela ſunt; itemque anguli oppoſiti æquales (§. 29.)

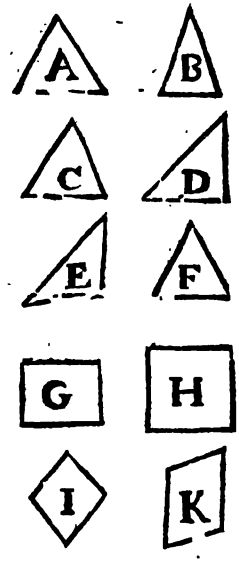
45 *Rectangulum Parallelogrammum* eſt, quod habet 4 angulos rectos (G).

46 *Rectangulum Æquilaterum* eſt *Quadratum* (H), ang. & lat. æqualium.

47 *Rhombus* habet omnia latera æqualia cum æqualibus angulis oppoſitis (I)

48 *Rhomboides* habet tantum oppoſitos angulos & oppoſ. latera æqualia (K)

49 *Trapezium* dicitur quævis figura Quadrilatera, quæ ex prædictis non eſt.



50 *POLYGONÆ*, ſeu *Multilatera* Figuræ ſunt, quæ habent plura, quam 4 latera. *Regulare* Polygonum dicitur, quod habet omnes angulos & latera æqualia. Polygonum aliud eſt *Inſcriptum*, aliud *Circumſcriptum* circulo.

51 POSTULATA. Circulum, arcum, lineam rectam ducere, augere, minuere, dividere &c.

52 AXIOMATA. I. Quæ ſibi mutuo congruunt, æqualia & ſimilia ſunt.

53 II. Perpendicula EF & GH ex Parallelis AB & CD intercipiunt partes æquales EG & FH *Fig. 6.*

54 III. Linea Perpendicularis eſt menſura altitudinis & latitudinis.

55 IV. Ad eadem duo puncta unica linea recta, adeoque etiam ad idem punctum unica perpendicularis duci poteſt.

56 Scholion. *Hinc mens non plures homines, vites &c. capit, quam Planum; licet ibi facilius ſe explicent.*

57 THEOREMA I. *Duo Triangula sunt æqualia, si in iis æqualia sint hæc:*

F. 19. *Vel* 1. *Latus unum & anguli adjacentes.* AB = ab, A = a, B = b.

2. *Duo latera & angulus ab iis comprehensus.* AB = ab, AC = ac, A = a.

3. *Omnia tria latera.* AB = ab, AC = ac, BC = bc.

58 *Demonstratur* a congruentia, si fingatur unum △ supra alterum poni (§. 25.)

59 *Coroll.* 1. Datis itaque uno latere & duobus angulis adjacentibus, vel &c. totum triangulum determinatur.

60 *Coroll.* 2. In eodem vel æqualibus △, latera æqualibus angulis opposita, sunt æqualia; majori vero angulo majus, minori minus latus opponitur: & viciſſim anguli æqualibus lateribus oppoſiti, ſunt æquales; majori vero lateri major &c.

61 *Coroll.* 3. Datis, vel aſſumptis tribus lineis *ab, ac, bc*, quæ ſint æquales tribus *AB, AC, BC*, conſtrui poteſt △ *abc* = △ *ABC*, ſi aſſumpta *ab* pro baſi, cum reliquis duobus lateribus, ceu radiis *ac* & *bc* interſectionem facias in *c*. Eodem modo conſtrues △ æquilaterum, iſoſcele, & in genere quodvis, modo detur, vel 1. Latus unum & anguli adjacentes; vel 2. Duo latera &c. (§. 57.) In △ Rectang. erigenda eſt Perpendicularis.

62 *Coroll.* 4. Ex hoc Theoremate demonſtrantur quoque Problemata §. 30 & 34.

63 THEOREMA II. *In △ Iſoſceli* 1. *linea* AB *biſecans angulum* A, △ oAn, *conſequenter etiam baſim*

F. 20. on *biſecat.* 2. *Anguli ad baſim* o & n *ſunt æquales.* 3. AB *eſt ad baſim perpendicularis.*

Dem. i = *c* (per hypoth.), Ao = An (§. 39), AB vero eſt latus utrique △ oAB & nAB commune; ergo 1. △ oAB = △ nAB (§. 57.), conſequenter oB = Bn (§. 60.). 2. o = n. 3. quia ob hæc duo △△ totaliter æqualia etiam anguli ad B æquales, adeoque Recti ſunt (§. 24.), erit AB ad *on* perpendicularis. *Q. E. D.* Et viciſſim.

64 *Coroll.* Cum æquilaterum non tantum duo (ut Iſoſcele) ſed omnia tria latera habeat æqualia, de eo tum nunc dicta tum illud etiam verum erit, quod omne æquilaterum ſit æquiangulum. (§. 60.)

65 THEOREMA III. *Si trianguli cujuscunque latus unum prolongetur, erit angulus externus*

F. 21. *ABD æqualis duobus internis oppoſitis* m + o.

Dem. Ducatur EB ad AC parallela. Erit angulus *n* = *m* alterno, item *u* = *o* interno ad eandem partem (§. 29.); ergo *n* + *u* = *m* + *o*: ſed *n* + *u* ABD; ergo ABD = *m* + *o*. *Q. E. D.*

66 THEOREMA IV. *In quovis Triangulo omnes tres anguli ſimul ſumpti æquantur 2 Rectis.*

F. 22. *Dem. r* + *u* = 2 Rectis (§. 25), ſed *u* = *m* + *o* (§. 65); ergo *r* + *m* + *o* = 2 Rectis. ſeu 180 *gr.*

67 *Coroll.* 1. Si in uno △ duo anguli ſint æquales duobus angulis alterius △, etiam tertius eſt æqualis tertio: Et ſi in △ unus angulus eſt Rectus vel obtuſus, reliqui duo ſunt acuti.

68 *Coroll.* 2. Cognitis ſemel duobus angulis alicujus △ invenitur tertius, ſi duo noti ſubtrahantur a 2 Rectis, ſeu 180; Reſiduum erit numerus graduum anguli tertii. Imò in △ Iſoſceli cognito uno angulo ſciuntur duo reliqui (§. 63.) in æquilatero vero quivis angulus eſt 60 ſeu 180: 3 (§. 64.), hoc eſt, duæ tertiæ unius Recti.

F. 13. 69 *Coroll.* 3. Hinc ſequitur modus (§. 34.) erigendi Perpendicularem in quocunque, etiam extremo lineæ puncto. Eſt enim *BCD* △ iſoſcele; in quo angulus *o* = 60 + 60, internis oppoſitis (§. 65.) = 120; adeoque *o* = 30, itemque *e* = 30 (§. 66 & 63.); ergo totus *DBE* = 30 + 60 = 90; conſequenter *DB* perpendicularis (§. 22.)

70 *Coroll.* 4. Hinc etiam patet Triſectio anguli Recti *B*, ſi ſuper *AB* fiat △ æquilaterum. Cum enim *ABC* ſint duæ tertiæ Recti *P* (§. 68), erit *e* una tertia ejusdem.

71 THEOREMA V. *Parallelogrammum ABCD per diagonalem* AD *dividitur in duo* △△ *æqualia.*

F. 23. *Dem. o* = *a*, & *n* = *m* (§. 29.); latus AD vero eſt commune; ergo △ ABD = △ ACD. (§. 57).

72 *Corollarium.* Triangulum eſt Parallelogrammi ſui dimidium.

73 *Definitio.* Si per punctum quodvis *o* Diagonalis AD ducatur EF parallela ad BD, & altera GH parallela ad CD, exiſtent duo Parallelogramma Co & oB, quæ dicuntur *Complementa* Parallgr. CB.

F. 24. 74 THEOREMA VI. *Complementa Parallelogrammorum ſunt æqualia.*

Dem. △ ABD = △ ACD, item △ I = △ K, & △ L = △ M (§. 71.) Si itaque a △△ æqualibus ABD & ACD auferantur △△ æqualia I & K, itemque L & M, remanebit Parallgr. Co = oB.

75 THEOREMA VII. *Parallelogramma ejusdem baſis & altitudinis (vel ſuper æquali baſi & inter easdem parallelas poſita) ſunt æqualia.* Sint Parrallelogramma ACDB & AEFB.

F. 25. *Dem.* Per §. 57. △△ ACE & BDF ſunt æqualia (Nam latus AE = BF, AC = BD, & ob CD = AB = EF, etiam CE = DF). Si jam a quovis horum △△ æqualium auferatur △ DoE, remanebit oACD = oEFB. Addatur utrique △ AoB erit ACDB = AEFB. *Q. E. D.*

76 *Coroll.* Cum △△ *ADB* & *AFB* ſint Parallelogrammorum dimidia (§. 72.), ſequitur etiam Triangula ſuper eadem vel æquali baſi, & ejusdem altitudinis, ſeu inter easdem parallelas conſtituta, eſſe æqualia.

77 Scholion. *Parallelogrammum deſcribitur, ſi ſub dato angulo, oppoſita latera æqualia & parallela faciat* (§. 31, 36.)

78 CIRCULUS est Polygonum infinitorum laterum, sive, cujus latus est infinite parvum.

79 *Definitio.* Linea AB est *Tangens*, circulum nusquam secans; e contra DC est *Secans* (§. 9.) F. 26.
Scholion. *Angulus, quem facit Tangens cum Peripheria*, angulus contactus *dicitur*, *ingeniosarum olim tricarum causa.*

80 THEOREMA I. *Radius* (BC) *ductus ad punctum contactûs, est ad Tang.* (AB) *perpendicularis.*
Dem. ab absurdo. Si neges; sit ergo alia v. g. CD, perpendicularis ad Tangentem; erit tum D angulus rectus (§. 22.) adeoque B acutus (§. 67.); ergo CD < BC (§. 60.) hoc est CD < Ce, quod est absurdum (§. 4. Ar.). Ergo. *Q. E. D.*

81 *Coroll.* Tangentem itaque duces, si ad radium erigas Perpendiculatem (§. 34, 35). Quodsi detur punctum F. 14. a
quodvis T extra circulum, junge TC & biseca in B. Ex B duc circulum TAC. Ducta TA erit ad radium AC perpendicularis (§ 34), adeoque Tangens (§. 80).

82 *Definitio.* FG dicitur *Chorda*, vel *Subtensa* ad extrema arcus cujusdam puncta F & G, ducta.

83 *Coroll.* Hinc in eodem vel æqualibus circulis æqualium arcuum Chordæ æquales sunt; majoris vero arcus Chorda major, minoris minor, & e converso.

84 *Definitio. Segmentum* est pars circuli intra arcum & chordam comprehensa; & quidem FIBGF F. 26.
est Segmentum *majus*; FHGF *minus*: FCI vero, spatium intra arcum & duos radios comprehensum, dicitur *Sector.*

85 THEOREMA II. *Si recta* CD *ex centro ducta, est ad chordam* AB *perpendicularis, chordam & arcum subtensum bisecat; & e converso.*
Dem. Duc AC & CB. Erit ACB △ Isosceles (§. 12); Ergo A∘ = ∘B (§. 63), & ob i = n
(ib.) etiam arcus AD = DB (§. 21). *Q. E. D.* F. 27.

86 *Coroll.* Hinc invenies centrum circuli vel arcus dati, si ad ductas duas chordas quascunque EA & AB, antea bisectas (§. 30.) erigas perpendiculares FC & CD; ubi enim hæ se secuerint, ut in C, erit centrum circuli, vel arcus dati. Eodem modo per tria quævis data puncta E, A, B, non in directum jacentia, ducere poteris circulum reperto, ut dictum, centro; datumve arcum perficere.

87 THEOREMA III. *Angulus* C *ad centrum est duplus anguli* D *ad peripheriam, eidem arcui insistentis.* F. 28.
Dem. Cas. 1. Angulus C = D + ∘ (§. 65.) Sed ∘ = D (§. 63, 12.) Ergo C = D + D = 2D.
2. Ducatur Diameter DE. Erit n = 2s, & x = 2n (per Cas. 1.) Sed n + x = C,
& s + n = D; ergo C = 2D.
3. Ducatur rursum DE. Erit n + x = 2s + 2n (per Cas. 1.) Sed n = 2s; ergo x
(= ACB) = 2n = 2ADB. *Q. E. D.*

88 *Coroll.* 1. Hinc mensura anguli (D) ad peripheriam est dimidius arcus (AB), cui insistit.

89 *Coroll.* 2. Anguli ad peripheriam C, D, E, eidem arcui AB insistentes, seu anguli in eodem Segmento ADBA
positi omnes æquales sunt, quia cujusvis mensura est dimidius arcus AHKGB. F. 29.

90 *Coroll.* 3. Cum anguli FKG, diametro FG insistentis mensura sit dimidium Semiperipheriæ, id est Quadrans; angulus in Semicirculo est Rectus (§. 22,); angulus vero HKI in Segmento minore HKIH, major Recto; e contra angulus AKB in Segmento majore AHKBA Recto minor. (*Examen Norma & Demonstratio Ref* 3. §. 34).

91 THEOREMA IV. *Si recta* AB *tangat circulum, & alia* CD *ex contactus puncto* C *ducta circulum secet, mensura anguli* ACD *erit dimidius arcus* CED; *anguli vero* BCD, *dimidius arcus* DFGC. F. 30.

Dem. Ducatur ex C Diameter CF. Erit angulus ACF Rectus (§. 80.); ergo illius mensura est Quadrans (§. 22.) id est, dimidius arcus CEDF. Est vero anguli FCD (qui una cum ACD constituit angulum Rectum ACF) mensura dimidius arcus DF; ergo residui anguli ACD mensura est dimidius arcus CED. *Q. E. D.* Eodem modo demonstratur, anguli BCD mensuram esse dimidium arcum DFGC.

92 *Coroll.* 1. *ACD* est æqualis angulo *CGD* in Segmento alterno, cum etiam hujus mensura, sit dimidius arcus *CED*.
Item angulus *BCD* = *CED*, cum utriusque mensura sit dimidius arcus *DFGC* (§. 88, 89.)

93 *Coroll.* 2. Anguli in eodem Segmento existentes duo simul, nempe *BCD* + *CGD*, vel *CED* + *ACD*; item anguli, duo simul in Segmentis alternis, nempe *CED* + *CGB*, vel *BCD* + *ACD* æquantur duobus Rectis; quia insistunt toti peripheriæ, adeoque mensurantur a Semiperipheria, sive a duobus Rectis.

94 *Coroll.* 3. Si sint duæ Tangentes *AC* & *AD* ex eodem extra circulum puncto *A* ductæ, erit anguli *ACD* æque ac anguli *ADC* mensura dimidius arcus *CED* (§. 91.), proinde angulus *ACD* = *ADC* (§. 21.) consequenter & Tangentes, AC, AD æquales sunt (§. 60), neque adeo plures, quam duæ, ex eodem extra circulum dato puncto Tangentes duci possunt.

95 *Definitio* 1. *Angulus ad centrum* in Polygonis dicitur angulus (ACB), duobus cruribus (CA, CB) ex centro ad unum Figuræ latus ductis, comprehensus.

F. 31. 96 *Definitio* 2. *Angulus Figuræ*, vel *Angulus Polygoni* dicitur Angulus (ABD) duobus Figuræ, seu Polygoni ipsius lateribus (AB, BD), comprehensus.

97 *Definitio* 3. *Denominator Polygoni*, seu *Figuræ* dicitur numerus, qui exprimit, quot angulos vel latera habeat Figura. Sic Denominator Pentagoni est 5, quia Pentagonum habet 5 angulos, 5 latera.

98. THEOREMA *Polygonum quodvis Regulare in tot Triangula æquicrura & inter se æqualia solvi potest, quot habet latera; si ex ejus centro C ad singula illius latera* (AB, BD, DE &c.) *agantur rectæ* (CA, CB, CD &c.).

Dem. Circumscribatur Polygono circulus (§. 86). Primum quidem, quod △△ fiant totidem, quot sunt latera dati Polygoni, per se patet; patet item, △△ hæc fore Isoscelia, cum crura singula CA, CB &c. sint radii ejusdem circuli circumscripti (§. 12.): & quia præter duo crura in singulis △△ æqualia, etiam bases AB, BD &c. (utpote latera Figuræ Regularis) æquales sunt (§. 50), △△ hæc inter se omnimode æqualia erunt (§. 57.). *Q. E. D.*

99 *Corell.* 1. *Angulus ad centrum* Polygoni habetur, si 360 *gr.* dividas per Denominatorem dati Polygoni. Cum enim *ex. gr.* in Hexagono, 6 anguli ad centrum, inter se æquales, mensurentur a 4 Rectis, seu 360 *gr.* (§ 24, 25.), stabit hæc proportio: 6 : 360 = 1 : *x*, eritque *x* = 360 : 6, tanquam Denominatorem dati Hexagoni. Est adeo *ACB*, angulus ad centrum Hexagoni = 60 *gr.*

100 *Corell.* 2. *Angulus Figuræ ABD* habetur, si angulus *C* ad centrum subtrahatur a 180 *gr.* Nam *n* + *m* = 180 — *c* (§. 66, 68.); Sed *m* = *n* (§. 98.). Ergo etiam *n* + *n* = *ABD* = 180 — *C*. Sic in Hexagono angulus *ABD* = 180 — 60 = 120. *gr.*

101 Schol. *Hinc pendet constructio Tabulæ, qua cujusvis Polygoni angulum ad centrum, & Figuræ exhibet:*

Nomina Polygonorum.	Ang. Centr.	Ang. Figuræ.	Nomina Polygonorum.	Ang Centr.	Ang. Figuræ.
	○	○		○	○
Trigonum, Triangulum æquil.	120	60	*Octogonum, Octangulum.*	45	135
Tetragonum, Quadratum.	90	90	*Enneagonum, Nonangulum.*	40	140
Pentagonum, Quinquangulum.	72	108	*Decagonum, Decangulum.*	36 /	144 /
Hexagonum, Sexangulum.	60 /	120 /	*Hendecagonum, Undecangulum.*	32. 43	147. 17
Heptagonum, Septangulum.	51. 26	128. 34	*Dodecagonum Dodecangulum.*	30	150

102 *PROBLEMA I. Super data recta* AB, *Polygonum quodvis describere*, ex. gr. *Pentagonum.*

F. 32. *I. Resolutio.* Ad A & B ope Transportatorii fac *dimidium angulum Figuræ*, hic 54 *gr.* Ex puncto C, ubi crura AC & BC se intersecabunt, duc cœcum circulum radio AC vel BC. Latus AB in peripheriam adhuc quater translatum dabit Pentagonum. Nam quia *m* + *n* = 54 + 54 = 108 *gr.*, erit angulus C, 72 graduum (§. 68.), consequenter angulus centralis Pentagoni, a latere sive chorda AB subtensus. Si igitur hoc latus in peripheriam toties quoties transferatur,

F. 33. semper subtendet arcum, seu angulum 72. *gr.* Ergo. *Q. E. D.* & *F.*

II. Res. Ad A & B, ope Transportatorii fac totum angulum Figuræ DAB, in nostro casu, 108 graduum (§. 101. Fac AD = AB. Tum sub radiis AD & BD fac continuas intersectiones, ex A & D versus F; ex D & F versus E, & complebitur datum Pentagonum. Prodibunt enim mera △△ æqualia BAD, ADF, DFE &c.

F. 32. 103 *PROBLEMA II. Polygonum quodvis construere*, vel, *circulo inscribere.*

I. Res. Duc circulum, cujus radius vel datur, vel assumitur. Ad ejus centrum, ope Transportatorii, fac angulum centralem petiti *ex. gr.* Pentagoni, 72 graduum, quem proinde ducta chorda AB, & toties quoties in peripheriam translata, subtendet.

II. Res. Divide datum, vel assumptum circulum in tot partes æquales, quot sunt petiti Polygoni latera & divisionis puncta lineis connecte.

F. 34. 104 *III. Res. Hexagonum* inscribes circulo, radio AC texies in peripheriam translato. Cum enim Hexagoni angulus centralis C sit 60 *gr.* (§. 99), anguli vero CBA & CAB ad basim æquales (§. 63.) adeoque quivis 60 *gr.* (§. 68.), sequitur △ACB esse æquilaterum (§. 60.), proinde latus Hexagoni AB = AC radio. *Trigonum* inscribes, si omissis intermediis D, F, B, Hexagoni puncta AE, EG, & GA jungas: *Dodecagonum*, si singulos Hexagoni arcus EE, FG &c. bisecces in H, I &c. *Quadratum* inscribes ope duarum Diametrorum EB & LI sibi perpendiculariter insistentium: *Octogonum* vero bisectis Quadrati arcubus BAL, LDE &c.

105 Schol. *Hac III. Res. Geometrica est, præcedentes* §§. 102, 103, *solum Mechanica. Pentagoni descriptiones tradunt* Elem. Euclid. IV. 10 ad 15; *Figuras vero* 7, 9, 11 &c. *laterum describe juxta* §§. 102, 103.

F. 32. 106 *PROBLEMA III. Circumscribere Polygonum circulo.*

Res. Produc radios CA & CB. Duc Tangentem GH, lateri inscripto AB parallelam. Tum GH in ductum cœcum circulum HGI transfer.

TAB. V. Geom. *De Similitudine Figurarum, earumque in lineis Ratione.*

107 *Definitio.* *Similia* sunt, quorum partes eodem modo determinatæ sunt.

108 *Coroll.* Cum ergo Figuræ determinentur per angulos & latera, Figuræ similes erunt illæ, quæ habent angulos mutuo æquales & latera homologa proportionalia, seu in eadem mutuo Ratione.

109 THEOREMA I. △△ (ABC & abc) *sibi mutuo æquiangula habent proportionalia latera homologa, seu æqualibus angulis opposita; adeoque similia sunt.* F. 35.

Dem. Inscribatur △ utrumque circulo (§.86); Radii vero tam DE, quam *de* concipiantur divisi in 10000000 partium. Jam quia angulus C = *c*, & A = *a* (*ex hypoth.*), arcus AB tot continebit gradus, quot arcus *ab*; & BC tot, quot *bc* (§. 18, 20, 21.), adeoque etiam chordæ cognomines pari gaudebunt numero partium sui radii, id est, ex 10000000 partium sui radii DE, tot habebit chorda AB, quot habet chorda *ab* ex 10000000 partium sui radii *de*. Idem est de BC & *bc*. Ergo AB : *ab* = BC : *bc*; item *ab* = AC : *ac* &c. *Q. E. D.*

110 *Coroll.* Hinc omnes Circuli, omnes Figuræ Regulares homogeneæ (ut Pentagona Pentagonis) & irregulares quæcunque, (modo mutuo æquiangulæ) similes sunt, habentque Diametros suas, Radios, Arcus homologos, Chordasque & Latera homologa; Altitudinum denique perpendicula tum inter se, tum Peripheriis, aut Perimetris suis proportionalia. Hæc enim omnia in △△ mutuo æquiangula resolvuntur. Sic (*Fig.* 3.) peripheria circuli majoris est ad peripheriam minoris ut *AE* ad *ae*, ut *AC* ad *ac*, ut *AB* ad *ab* &c. Si itaque vis perimetrum dati duplam, triplam &c. accipe radium vel latus duplum, triplum &c.

111 THEOREMA II. *Si in* △ (ABC) *ducatur* (DE) *alicui lateri* (AC) *Parallela, latera segmentis & segmenta mutuo sunt proportionalia.* F. 36.

Dem. In △△ ABC & DBE angulus D = A, & E = C §. 29.), angulus B communis; ergo hæc sunt △△ mutuo æquiangula; unde (§. 109.) AB : DB = BC : BE; proinde (§. 87. *C. Arith.*) AB — DB : DB = BC — BE : BE, hoc est AD : DB = EC : BE; & hinc AB : BC = AD : EC (§. 95. *Ar.*) &c. *juxta* §. 87. *Ar. Q. E. D.* Idem est de △△ AGB & DFB &c.

112 THEOREMA III. *Linea* (AB) *bisecans angulum* (A), *secat basim proportionaliter ad latera.* F. 37.

Dem. Fiat AC = AD, & ducatur CD; erit △ DAC Isosceles; hinc *n* = *o* (§. 63.), & *n* + *o* = *r* + *t* (§. 65.); sed *r* = *t* (*per hypoth.*); ergo *r* = *o* suo alterno; ergo AB est parallela ipsi CD (§. 29.); hinc (§. 111.) CA, seu DA : AE = DB : BE.

113 *Coroll.* 1. Hinc ad datas duas lineas *AB* & *AD* invenies *tertiam proportionalem*, si facto angulo *A* arbitrario sub datis lineis, lineam *AB* produxeris versus *C*, donec fiat *AC* = *AD*. Duc *BD*, & huic parallelam *CE*, erit *AE* tertia proportionalis, nempe *AB* : *AD* = *AC*, seu *AD* : *AE*. Eodem modo ad datas tres *AB*, *AD* & *AC* invenies *quartam proportionalem AE*. F. 38.

114 *Coroll.* 2. Invenies ad datas duas lineas *AB* & *BC*, *mediam proportionalem*, si ambas datas in directum jungas, & ex compositæ hujus lineæ *AC* medio *D* describas semicirculum. Erecta ex connexionis puncto *B* perpendicularis erit media Proportionalis quæsita. Nam △ *AEC* est æquiangulum triangulis *F* & *G*, quia (§. 90.) rectus *AEC* = *r*; anguli vero *m* & *n* sunt tum minoribus duobus triangulis, tum maximo *AEC* communes; tertius autem quisque æqualis tertio; ergo hæc duo △△ sunt △ *AEC*, & sibi mutuo æquiangula: unde *AB* : *BE* : *BC*, seu latus *AB*, minimum in △ *F*, est ad latus suum mediocre *BE*; sicut latus minimum *BE* in △ *G* est ad suum latus mediocre *BC*. F. 39.

115 *Coroll.* 3. Et hinc *AE* erit media proportionalis inter *AB* & *AC*, si comparetur △ *AEC* cum △ *F*; si vero △ *AEC* comparetur cum △ *G*, erit *EC* media proportionalis inter *BC* & *AC*; seu erit *AB* : *AE* : *AC*; item *BC* : *EC* : *AC*.

116 *Coroll.* 4. Ex his planissima deducitur Demonstratio *Prop.* 47. *L.* 1. *Euclidis*, per omnem Matheſim utilissimæ, quæ sic habet: *In* △ *Rectangulo Quadratum hypothenusæ* (FH) *est æquale Quadratis catheterum* (FG & GH) *simul sumptis.* Sit enim FI = *a*, IH = *b*, erit FH = *a* + *b*; sit FG = *c*, GH = *d*. Ostenditur: quod quadratum de *a* + *b*, seu *aa* + 2*ab* + *bb* = *cc* + *dd*. Nam (§. 115.) *a* : *c* : *a* + *b*; item *b* : *d* : *a* + *b*. Unde (§. 80. *Ar.*) *aa* + *ab* = *ac*, & *ab* + *bb* = *dd*; *aa* + 2*ab* + *bb* = *cc* + *dd*. *Q. E. D.* Conf. §. 56. *Ar.* F. 40.

117 *Coroll.* 5. Datis in △ Rectangulo 2 lateribus invenitur tertium. Sit tota hypothenusa *FH* = *e*, *FG* = *c*, *GH* = *d*. Quia *ee* = *cc* + *dd*, erit 1mo √ *ee* = √ (*cc* + *dd*) = *e*. 2do. √ (*ee* — *dd*) = √ *cc* = *c*. 3tio. √ (*ee* — *cc*) = *d*.

118 *Coroll.* 6. Sit □ latus *LE* = *LE* = 1, erit Diagonalis *BE* = √ (1 + 1) æqualis √ 2 (§. 116.), adeoque erit *BE* : *LE* = √ 2 : 1; Sed √ 2 est numerus irrationalis, adeoque unitati incommensurabilis (§. 53. *Ar.*); ergo Diagonalis est lateri □ incommensurabilis, & quæcunque hypothenusa catheto. F. 34.

119 THEOREMA IV. *Si ex puncto* (A) *extra circulum dato; ducatur Tangens* (AB), *& utcunque Secans* (AC); *erit Tangens* AB *media proportionalis inter totam Secantem* AC, *& ejus partem* AD *extra circulum.* F. 41.

Dem. Ducantur BC & BD. In △△ ABD & ABC angulus ABD = ACB (§. 91.); A est communis △ utrique; tertius vero æqualis tertio (§. 67.); ergo AD : AB : AC (§. 109). *Q. E. D.*

119 *a. Coroll* Quia *AD* : *AB* = *AB* : *AC*, itemque *AE* : *AB* = *AB* : *AF*, erit etiam *AD* : *AE* = *AF* : *AC* (§. 94. *Ar.*)

119*b.* THEOR. V. *Duæ chordæ* (AB & CD) *in circulo se secantes, habent segmenta reciproce proportionalia.* F. ..

Dem. *e* = *x* (§. 98.) *n* = *m* (§. 26.), *i* = *l* (§. 67); *ergo* △ AED ∽ △ BEC; unde AE : ED =

120 *Definitio* 1. TRIGONOMETRIA PLANA est pars Euthymetriæ, docens ex tribus Trianguli Rectilinei partibus datis invenire reliquas.

F. 42. 121 *Definitio* 2. Ducatur circulus AEBG, ejusque Diameter AB, & ad hanc perpendicularis radius EC. AD centrum fiat sub radiis CF & CB angulus acutus BCF. Linea TB, ad unum illius crus perpendicularis, dicitur *Tangens* anguli BCF, vel arcus BF; CT Tangenti occurrens, est *Secans*. Dimidia chorda FL, id est, linea Fl ab extremitate unius cruris CF ad crus alterum CB perpendicularis, dicitur anguli BCF vel arcus BF *Sinus rectus*, vel *Sinus* simpliciter; lB vero *Sinus Versus*, vel *Sagitta*: uF ex eodem puncto F ad radium EC perpendicularis *Sinus Complementi* dicitur, quia angulus ECF est anguli BCF complementum ad unum rectum. Ob eandem rationem Et est *Tangens* & Ct *Secans Complementi*. Dicitur etiam: *Cosinus*, *Cotangens*, *Cosecans*. Denique radius BC vel EC est *Sinus Totus*, Tanquam sinus anguli recti.

122 *Coroll.* Igitur *Sinus anguli acuti* cadit intra duo crura anguli. *Sinus anguli recti* coincidit cum alterutro crure *CB*, vel *CE*, quia ob *CB*, & *CE* mutuo normales, nullus alius Sinus, seu nulla alia perpendicularis ex puncto *C* ad lineam *CB* duci potest, nisi ipsum crus *EC*. Demum *Sinus DP anguli obtusi DCB*, necessario cadit in adversam Diametri partem *AC*, cum qua unum anguli obtusi latus *DC* facit angulum acutum *DCA*, qui est complementum anguli *DCB* ad duos rectos. Ex quo sequitur, eundem Sinum (*DP*), esse sinum anguli obtusi *DCB* & sui *Dimidi* seu anguli acuti *DCP*, tanquam complementi anguli obtusi ad duos Rectos. Idem intellige de Tangente *AQ* & Secante *CQ*.

123 Scholion. *Ob amplissimum Trigonometriæ in Matheseos usum conditæ sunt a* Regiomontano, Copernico, Pitisco, Clavio &c. Tabulæ Sinuum, Tangentium & Secantium (*quamquam Secantibus jam carere possimus*) *ab* 1 *ad* 90 *gradus. Assumitur in ordinariis Tabulis Sinus totus, sive Radius in* 10000000 *partium divisus, eratumque est ope calculi, quot tales Radii partes contineat quivis Sinus, cujuscunque gradus & minuti. Erui autem hoc potuit ex principiis Geometricis.* Ex. gr. *Constat ex* §. 104, *latus Hexagoni, seu chordam* 60 *graduum* FL, *æqualem esse Radio* CB *vel* EC. Si *itaque radii, seu sinus Totius* (10000000) *accipiatur pars dimidia* (10000000 : 2) *habebitur Sinus* lF, *arcus dimidii, seu sinus* 30 *graduum. Et quia* Fl = uC, & uF = Cl (121, 3.) *erit* uFq = CFq — uCq; *proinde* uF = √(CFq — uCq) (§. 117), *eritque Cosinus* 60 *graduum* uF = 8660254. *Habito Sinu* lF & *Cosinu* uF *sive* Cl, *ob* △△ ClF & CBT *similia, erit* Cl : lF = CB : BT (§. 111); *habebitur itaque Tangens* 30 *graduum* BT = 5773503. *Hæc pro idea constructionis Tabularum Sinuum & Tangentium.*

Enimvero, cum Trigonometria per Regulam Trium omnia peragat, ut molesta multiplicationes & divisiones vitentur, Neperus, *ejusque ductu* Briggius *atque* Ulaccus *Logarithmos his Tabulis applicuerunt.*

124 *Definitio* 3. *Logarithmi* dicuntur numeri æquidifferentes, qui a *Zero* incipientes serie naturali progrediuntur, habentque respondentes sibi numeros proportione Geometrica *ab unitate* progredientes.

Logarithmi.	0,	1,	2,	3,	4,	5,	6,	&c. *Vel:*	0,	1,	2,	3,	4,	&c.
Progr. Geom.	1,	2,	4,	8,	16,	32,	64,	&c.	1,	10,	100,	1000,	10000,	&c.
Item. *Log.*	0,	0000000,	1,	0000000,	2,	0000000,	3,	0000000,	4,	0000000,	&c.			
Geom.	1		, 10		, 100		, 1000		, 10000		, &c.			

125 *Coroll. Characteristica* itaque Logarithmorum pro numeris ab 1 ad 10 est 0, pro numeris a 10 ad 100 est 1. &c.

126 THEOREMA I. *Logarithmi duorum Efficientium* (*Multiplicatoris & Multiplicandi*) *addita dant Logarithmum Facti.*

Dem. Cum cuivis numero Progressionis cujuscunque Geometricæ ab 1 incipientis respondeat suus Logarithmus, seu numerus Arithmetice proportionalis; sitque in omni Multiplicatione Unitas ad Multiplicatorem, sicut Multiplicandus ad Factum (§. 84. *Ar.*), Logarithmus Facti erit ad Logarithmos. *Unitatis, Multiplicatoris,* & *Multiplicandi* quartus terminus Arithmetice proportionalis, habebiturque, si a Summa Logarithmorum duorum mediorum subtrahatur primus, seu Logarithmus Unitatis (§. 80, 85. *Ar.*): Sed Logarithmus primi termini, sive 1, est 0, ergo Logarithmus Facti æquatur Summæ ex Logarithmis duorum Efficientium, cui in Tabulis a latere respondebit Factum. *Q. E. D. Vide I. inter Paradigm. Logarithm.*

127 *Coroll.* 1. Vicissim Logarithmus Divisoris subtractus a Logarithmo Dividendi dat Logarithmum Quoti. (*Vid. II.*)

128 *Coroll.* 2. Et quia Factores Quadrati sunt æquales (§. 52. *Ar.*), habebitur Logarithmus Quadrati, si Log. Radicis bis accipiatur, seu per 2 multiplicetur: & e converso Logarithmus Radicis habebitur, si Logarithmus Quadrati per 2 dividatur. (*Vid. III.*)

129 *Coroll.* 3. Ob eandem rationem Logarithmus Cubi invenitur, si Logarithmus Radicis multiplicetur per 3; & universim potentiæ cujuscunque, si Logarithmus Radicis datæ multiplicetur per Exponentem datæ Potentiæ. Dato vero Cubo, vel quavis Potentia reperietur Logarithmus Radicis, si Logarithmus Cubi

130 *Coroll.* 4. Logarithmus *quarti termini proportionalis* habetur, si addantur Logarithmi duorum mediorum terminorum, & ab horum Summa subtrahatur Logarithmus termini primi. Idem facile applicabis proportioni Continuæ pro inveniendo tertio, vel etiam medio.

131 *Coroll.* 5. *Fractiones* puræ & solæ operationem raro ingrediuntur. In impropriis (§. 27. *Ar.*) vel mixtis (integro prius ad fractum reducto) subtrahatur Logarithmus Denominatoris a Log. Numeratoris, Decimales alioqui tractantur ut integri.

132 Schol. *Canon Logarithmicus alius est* Numerorum Naturalium; *alius* Sinuum, & Tangentium. *Datur etiam Canon Sinuum & Tangentium non Logarithmicus, in cujus proinde usu multiplicatio & divisio adhibenda est. Canonum singulorum usus orsus explanabitur.*

ANALYSIS TRIANGULORUM.

133 THEOREMA I. *Tangens* 45. *graduum* (AR) *æquatur Radio, seu Sinui Toti* (AC). F. 42.

Dem. RAC est Rectus (§. 80.); ACR est 45. gradnum (*ex hyp.*); ergo etiam ARC est 45 graduum (§. 66.); ergo AR = AC Radio (§. 60.) *Q. E. D.*

134 THEOREMA II. *In quovis* △ (ABC) *Latera sunt inter se, ut Sinus oppositorum angulorum.* F. 43.

Dem. Inscribatur △ circulo. Erit latus *ex. gr.* BC chorda; ½ BC vero, seu Bo erit Sinus arcûs BC dimidii, seu BD, ac proinde etiam anguli oppositi A (§. 121, 88). Ob eandem rationem ½ AB erit Sinus anguli oppositi C. Jam vero BC: ½ BC = AB: ½ AB (§. 8. *Ar.*) Ergo. *Q. E. D.*

135 *Coroll.* Hinc eruitur *Regula Sinuum*, seu *Oppositionis*, quæ in Triangulorum resolutione adhibetur, quando ex tribus terminis datis opponuntur duo inter se, & tertius quarto inveniendo. Est autem (*Fig.* 44) hæc: *ut Sinus anguli* (B) *est ad latus sibi oppositum* (AC); *ita Sinus anguli* (C) *est ad latus sibi oppositum.* (AB). Si pro quarto termino quæritur angulus, Proportio invertitur.

136 Schol. 1. *Si datorum angulorum unus est obtusus, pro ejusdem Sinu ex Tabulis accipitur Sinus anguli acuti illius, qui est dati obtusi complementum ad duos rectos* (§. 122). *Atque hinc etiam dum angulus, qui quæritur, est obtusus* (*quod constare debet*), *tunc loco anguli* (*qui Tabulari Sinui respondet*) *acuti sumi debet obtusus, qui est acuti illius complementum ad duos rectos.*

137 Schol. 2. *Ad* △ *rectilinei solutionem debent dari tria, nempe: vel duo anguli cum uno latere: vel duo latera cum uno angulo: vel omnia tria latera. Tres anguli dati soli nil determinant.*

138 Schol. 3. *Cum in* △ *notis duobus angulis sciatur tertius* (§. 68.), *dato* (*præter duo latera*) *etiam unico angulo reperies tertium, si prius per regulam Sinuum* (§. 135.) *quæsieris secundum: ut adeo casus Trigonometrici omnes per dictam regulam* (*licet quandoque bis adhibendam*) *solvi possint, exceptis duobus sequentium Problematum:*

139 *PROBLEMA I. Datis duobus lateribus* (AB, BC) *cum angulo intercepto* (B) *invenire reliqua.*

In △△ Rectang. *Fig.* 45. { *Res. I.* Inveniatur hypothenusa AC (§. 117.) tum dabitur Oppositio (§. 135.) *Res. II.* Radio BC duc arcum BD; erit AB tangens anguli C. Jam dic: *CB est ad BA; sicut Radius* (*seu sinus totus*) *est ad tangentem anguli C*, qui adeo ex Canone constabit. Hæc dicitur *Regula Tangentium.*

140 In △△ Obliqu. *Fig.* 46. { *Res.* Demitte ab angulo aliquo ignoto B, perpendiculum BD. Jam 1) ex latere BC, angulo D recto, & C (adeoque etiam DBC) datis invenies DB, & DC per §. 135. 2) cum cognito DC sciatur AD (=AC—vel + DC) invenies in △ ADB, ex AD, BD & angulo recto notis, angulum A per §. 139. & inde angulum B (§. 68.) latusque AB (§. 135).

141 *PROBLEMA II. Datis duntaxat tribus lateribus invenire angulos.* Fig. 47.

Res. Ex vertice anguli C, qui opponitur lateri maximo (quod *Basim* dicemus) describe circulum latere minimo CA. Ob AC = CG = CE, erit BG summa crurum AC + BC; BE vero eorundem Differentia. Demitte ex C perpendiculum CD; fiet AD = DF (§. 85.) Fac jam *1mo.* Summam & Differentiam crurum. 2*do.* Infer: *ut Basis* (AB) *est ad summam crurum* (AC + BC = BG); *ita differentia crurum* (CB—AC = BE) *est ad Baseos Segmentum* (BF) *extra circulum.* 3*tio.* Subtrahe FB ab AB, habebis AF, & inde AD = ½ AF—. 4*to.* His habitis solvi possunt duo △△ Rectangula ADC & BDC, angulique inveniri per §: 135. Quod vero sit AB: BG = BE: BF, patet ex §. 119. *a.*

142 PRAXIS EUTHYMETRICA objectorum quotumvis sive accessibilium, sive non accessibilium distantias, situmque horizontalem, vel verticalem ex principiis Geometricis determinat. Dicitur etiam LONGIMETRIA, & in specie, prior quidem ICHNOGRAPHIA (Grundriß); posterior ALTIMETRIA. Huc refertur LIBELLATIO, item ORTHOGRAPHIA. (Profil).

143 LINEAM RECTAM longiorem in campo *ducimus* radio visuali, idque vel ope alicujus instrumenti, vel ope perticarum, seu longiorum baculorum, qui altero sui extremo ferrea cuspide armati, humi directa serie, & perpendiculariter defiguntur. *Metimur* vero lineam Rectam, itemque curvam (antea in plures rectas (*Fig.* 50.) resolutam) ope Decempedæ, Funis, vel Catenæ Mensoriæ in pedes divisæ. *Funis* non est adhibendus, nisi filis adversum contortis factus sit, & in oleo coctus, ceraque dein perlitus; & tum quoque pro diversa trahentium vi inæqualiter tenditur. *Catena* tribus decempedis longior, gravis evadit, ut dein difficulter horizontaliter tendi possit. Exactissimam mensuram dant Decempedæ duæ (*V. infra* §. 175.) alternatim in lineam rectam commissæ.

144 Scholio I. *Habet* Pertica (Ruthe) 12 *pedes*, Decempeda 10; Orgyia *sive* Hexapeda (*Gallis* Toise) *pedes* 6; Pes 12 (*Geometris* 10) *digitos*; Digitus 12 (*Geometris* 10) *particulas &c. Index seu Exponens Pertica, Decempeda, itemque Orgyia est* 0, *Pedis* /, *Digiti* //, *Linea* ///, *&c.*

145 Scholion 2. *Si Pes Viennensis concipiatur divisus in partes æquales* 1401, *continebit ejusmodi partes Pes Romanus; item Saxonicus, & Suecicus* 1320. *Norimbergensis* 1347. *Londinensis* 1352. *Rhenanus* 1391, 3. *Parisinus* 1440. *Bononiensis* 1685, 1. *Si itaque nosse cupias, quot pedibus Viennensibus æquivaleant* ex. gr. 3100 *pedes Parisini? dic inverse: 1401 : 1440 = 1300; x seu 3186, 3.* fere.

146 Lineam rectam ex charta in campum, & viciſſim in campo mensuratam ad chartam transferimus ope *SCALÆ GEOMETRICÆ* (Verjüngten Maaßstab) vel simplicioris (*Fig.* 48.) vel perfectioris (*Fig.* 49). Utriusque constructio & usus dabitur oretenus.

147 Linea recta in campo in partes quascunque optime dividitur per Arithmeticam, & Decempedam. Sit enim linea *ex. gr.* 2648 pedum, dividenda in partes æquales 4; erit pars una = 2648 : 4 = 662 ped., quos Decempeda, vel Catena in campo determinare licebit.

148 Instrumenta Geometris usitatiora sunt. I. *MENSULA, PRÆTORIANA* dicta, cum Regula AB, duos minimum pedes longa, & Dioptris instructa (*Fig.* 51.) II. *GONIOMETRICUM*, Circulus, Semicirculus, vel Quadrans, cujus radius minimum 6 digitorum, & divisio graduum exacta, cum Regula Dioptrica circa centrum mobili (*Fig.* 52): passim *Astrolabium* vocant. III. *PYXIS MAGNETICA*, (Gallis *Boussole*) Regulæ Dioptricæ affixa (*Fig.* 53.) IV. Demum in horum omnium defectu perticæ, seu longi baculi, de quibus supra §. 143. Horum instrumentorum adminiculo *ANGULOS* in campo mensuramus, aut ex charta in eum transferimus; ex campo vero in chartam transfertur angulus ope Transportatorii. (§. 31. 32.)

149 Scholion. Cautelæ Praxeos. I. *Instrumenta sint justa magnitudinis. Unde Pyxis Magneticæ vix adhibenda, nisi ad determinandam mundi plagam* (Orientiren) *ducendasque in silvis lineas.* II. *Dioptra lateri Regulæ sint exacte parallela, quod constabit, si* (Fig. 51 &c.) *Regula ad ductam in Mensula lineam* (*vel Geometrici gradum*) *applicata, collimando in punctum quoddam fixum, sat distans, Diopta id semper secent, sive pinulam* A, *sive* B *oculo applices.* III. *Instrumentum in horizontali* (*in Altimetria in verticali*) *situ collocandum. Obtinetur id ope* Perpendiculi (Fig. 54.) *vel ope* Libellæ (Waſſer-Waag), *quæ constat canali vitreo spiritu vini repleto, & relicta æquis bullula, utrinque hermetice clauso, ac basi orichalcina ejusdem axi parallela innixo* (Fig. 55). IV. *Punctum stationis* (Stand-Punct) *tum prima: tum subsequentium exacte humi notandum; quod in usu Mensulæ optime fit ope Perpendiculi* (Fig. 56). V. *Catena mensoria longitudo quandoque examinanda est; parata ad id Decempeda in pedes divisa. In linearum dimensione catena semper horizontaliter, & recta versus scopum directione tendatur, præcipue in dimensione* Baseos (Stand-Linie), *cujus minus exacta determinatio errorem per reliquas operationes omnes propagaret.* VI. *Angeli non accipiantur nimis acuti, & terminentur ad objecta bene distinguibilia, ut sunt Turres Urbium, camini &c. Prodest idem punctum per plures ex diversis stationibus factas intersectiones determinare, & examinare* △*li angulos, an tres simul faciant* 180 *gr. Cæterum aberrationum, quæ in Praxi Geometrica contingere solent, Theoriam, uti cetera huc spectantia, unus omnium exactissime persequitur Doctissimus Vir* Marinonius, de re Ichnographica cap. V. toto.

150 Denique

150 Denique totius Praxeos Geometricæ Archæus est Triangulum, & in id unice intendendum, ut in charta acquiras △ simile illi, quod est in campo: id quod tribus △li partibus cognitis semper obtinebis per dicta de *Æqualitate, & Similitudine* △△, eorumque *Analysi Trigonometrica*. Memento itaque semper: *QUÆRENDA TRIA.* (§. 137.)

151 *PROBL. I. Metiri distantiam locorum* A & B, *ex quorum uno alter recta adiri nequit. Fig. 57.*

Res. I. Constitue Mensulam in loco quodam tertio D. Ad infixam Mensulæ *ex. gr.* in *d* aciculam applica Regulam Dioptricam. Collima in A & B, ducque secundum regulæ latus indefinitas *da* & *db*. Ope catenæ mensura DA & DB, easque ex Scala Geometrica, mensura simili, in chartam ex *d* in *a* & *b* transfer. Distantia punctorum *a* & *b* per Scalam explorata dabit ipsum numerum *ex. gr.* pedum, lineæ seu distantiæ AB. Nam angulus *d* est communis utriquè △; latera vero *da* & *db* tot (proportionaliter minores) partes continent, quod continent *d*A, & *d*B; Ergo △ *adb* ∽ A*d*B; hinc *da* : *d*A = *ab* : AB; sed *da* in numero partium = *d*A; ergò etiam *ab* in numero partium = AB. Q. E. F. & D.

152 Scholion. *Nota universim, Goniometrico & Pyxide Magnetica eodem modo dimensionem peragi, hac solum differentia, quod per Mensulam anguli immediate ope ductarum linearum obtineantur; his vero instrumentis solum obtineatur angulorum in graduum numero quantitas, in charta sub figura solum rudi interea designanda, ac domi demum ope Transportatorii exacte determinanda. Resolutio vero Trigonometrica per calculum ernit, quod quæritur. Sic mensuratis in campo lineis* DA, & DB, atque angulo *d*, invenitur latus AB per §. 140.

153 *Res. II.* (*Fig.* 58.) In defectu instrumentorum desigatur pertica *ex. gr.* in C. Mensuretur CA & CB. Ex CA, itemque ex CB accipiatur $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, vel $\frac{1}{4}$, nempe *Ca*, & *Cb*; erit etiam *ab* $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, vel $\frac{1}{4}$ de AB (§. 111.)

154 *PROBL. II. Metiri distantiam objectorum* A & D, *quorum unum accedi potest.* Fig. 59.

Res. I. Colloca Mensulam in C, & collima versus A & D, ductis *ca*, & *cd*. Defixo in C baculo transfer Mensulam in D, & mensura simul lineam CD, eamque ex Scala determina. Ex D collima in C, & rursum in A, ductaque linea *da* determinabitur △ *acd* ∽ △ ACD (§. 109.) & partes *ad* ex Scala desumptæ prodent numerum partium AD. *NB.* §. 152.

155 *Res. II.* (*Fig.* 60) Desigatur baculus in loco aliquo C. Fiat CE = DC. Figatur item baculus in linea DA, *ex. gr.* in F, fiatque CG = FC. Retrocede in linea AC, donec H sit in linea recta cum G & E; erit EH = AD. Nam ob angulos verticales & latera (*ex constr.*) æqualia, △ GCE = △ DCF. (§. 57. Cas. 2): unde etiam angulus E = D; adeoque △ ECH = △ CDA, & EH = AD. *Confer.* §. 164.

156 *PROBL. III. Metiri distantiam duorum objectorum inaccessibilium* A & B. Fig. 61.

Res. I. Assumendæ sunt stationes duæ *ex. gr.* C, & D eo situ, eaque linea stationis longitudine, quæ angulos capiendos non reddat nimis acutos. Itaque ex C collima in A, B & D, & duc *ca*, *cb*, *cd*. Mensura, & ex Scala determina *cd*. Ex D collima in C, A & B; determinabuntur per intersectiones puncta *a* & *b*, earumque distantia *ab* in Scala explorata dabit distantiam AB. Erit enim *abcd* ∽ ABCD, ob angulos singulos mutuo (*ex constr.*) æquales (§. 110.) *NB.* §. 152.

157 Scholion. *Patet hoc modo haberi posse Ichnographiam totius cujuspiam areæ, Territorii &c. vel ex unica basi* AB *in directum sita* (Fig. 62.); *vel ex pluribus* CD, DE, EF, FG, *collimando in objecta circumposita: quo tamen secundo casu simul basium anguli* D, E, F *capi debent.* (Fig. 63.)

Res. II. Per perticas, operationem §. 155. allatam bis facito, veluti mensuraturus distantias AD; & BE (*Fig. 64*). Fiet enim △ LCH = △ ACB, ob CH = CA, LC = CB (§. 155.) & C = C.

158 *PROBL. IV. Linea inaccessibili* AB *ducere parallelam* ED. (Fig. 65).

Res. Instrumento in C, dein in D collocato, ceterisque, ut §. 156. peractis acquires inter cetera angulum DAB; huic fac æqualem alternum ADE; erit DE petita parallela (§. 29.)

159 *PROBL. V. Ad lineam inaccessibilem* AB *erigere perpendicularem* CF. (Fig. 66.)

Res. Duc prius ED parallelam ad AB per §. 158; tum juxta §. 34. erige perpendicularem FC in linea ED, catena, vel Decempeda, circini loco, uno sui extremo fixa, altero in gyrum circumacta. Ceterum (*Fig. 67.*) si AB = 3, BC = 4, AC = 5; BC erit semper perpendicularis ad AB, ob 9 + 16 = 25. (§. 116.)

160 *PROBL. I. Altitudinem acceſſibilem* AB *metiri.* Fig. 68.

Reſ. I. Inſtrumento in C verticaliter ſeu ad perpendiculum collocato cape angulum *d*. Menſura *d*E = CB, & ope ſcalæ in chartam transfer. AE*d* alioqui eſt angulus Rectus (§. 54.) Ex dato itaque latere *d*E, & duobus angulis adjacentibus, determinabitur △ *d*EA (§. 59.) adeoque latus EA, cui ſi addas altitudinem inſtrumenti *d*C = EB, innoteſcet tota altitudo AB. NB. §. 152.

161 *Reſ. II.* (*Fig.* 69.) Infige perpendiculariter perticam in E, alteram in C, donec D, F, A ſint in linea recta. Menſura diſtantiam baculorum DG = CE; itemque GH = EB: & infer: DG: GF = DH: HA (§. 111.); adde DC = HB, ſcies AB. Si DG = GF, erit & DH = HA. Per perticæ umbram, aut objecti e ſpeculo reflexi radium idem aliquatenus obtinere licet.

162 *PROBL. II. Altitudinem inacceſſam* AB *metiri.* Fig. 70.

Reſ. I. Aſſumptis duabus ſtationibus in linea recta BCD, cape angulos *a* & *e*, & menſura CD = *m*, & ope Scalæ transfer. Determinabitur vertex *a*, ex quo ſi demittas perpendicularem *a* ✝ *ob*, prodet Scala altitudinem AB. (§. 59.) *NB.* §. 152.

163 *Reſ. II.* Priore (quæ anglos plerumque dat nimium acutos) melior, & ſimul lineis inclinatis ſerviens. (*Fig.* 71). Aſſume ſtationes, non ut ante, puncto B in directum ſitas, ſed potius utrinque ad latus recedentes C & D. In C cape angulos ACD, & BCD; in D vero angulos ADC & BDC (quaſi menſurando (per §. 154.) duas diſtantias AC & BC.) Hoc modo latera omnia ac verticum A & B diſtantia determinabitur, ductaque AB dabit ex Scala longitudinem altitudinis, inclinatæ AB; ducta vero ad BD perpendicularis EB, dabit altitudinem perpendicularem EB = AG. Utens Goniometrico capere ſimul debes angulum ADB vel ACB.

164 *Reſ. III.* (Fig. 69.) Menſura prius diſtantiam BC, vel per §. 155, vel hoc modo: Per D & *b* collima verſus B. Menſura altitudines *a* & *b*, ac diſtantiam *d*. Infer: $a : b = d \dotplus x : x$ (§. 111.); proinde $a - b : b = d \dotplus x - x : x = d : x$ (§. 87. *C. Ar.*); ergo $x = \frac{bd}{a-b}$ = BE = HG. Sic jam cognita diſtantia BC, invenietur BA, uti §. 161.

165 Scholion. *Facile apparet, foſſarum, vallium &c. profunditates iisdem his methodis, quibus altitudines, inveniri poſſe, Geometra in edito loco conſiſtente. Illud occurrit monere: ſi in capiendis diſtantiis locorum altiorum* ex. gr. *montium, turrium &c. inſtrumenti planum horizontale eſſe nequit* (Fig. 72.) *ſed in parte* G *attolli debet; id ita conſtituendum eſſe, ut tamen latus illius* AB *maneat Horizonti* CD *parallelum, non vero uno ſui extremo ad eum inclinetur* (Fig. 73.)

166 *Definitio* 1. LINEA LIBELLÆ, Gallis *Ligne de Niveau*, (Fig. 74.) eſt linea curva (AB), cujus puncta omnia æqualiter diſtant a centro Telluris D; linea vero recta AC eſt Linea Libellæ, ſeu horizontalis *apparens*, non differens ſenſibiliter a curva AB, niſi 100 orgyiis longior. V. Picard, *Traité du Nivellement p.* 7.

167. *Definitio* 2. ARS LIBELLANDI (*Nivellement*, Abwäägen, Waſſer-Wäägen,) eſt ars inveſtigandi, quanto plus unum ſuperficiei punctum B, quam alterum *a* a centro Telluris D diſtet. Puncta hæc *Termini Libellationis* dicuntur.

168 *Coroll.* Libellatione itaque Altitudinum differentia, montium, ſuperficiei aquarum fluentium, vel alio deducendarum declivitates determinantur.

169 *Definitio* 3. Inſtrumentum Libellationi aptum eſt quod lineam horizontalem FC, ad radium Telluris AD perpendicularem, definit. Communiſſimum eſt recurvus tubus vitreus AB (*Fig.* 75.) aqua colorata repletus, cujus ſummæ ſuperficies *a*, *b*, ſemper ad libellam ſe componentes, dioptrarum loco ſerviunt, per quas linea horizontalis determinetur. Optimum ac ſimpliciſſimum Libellæ genus eſt, ſi Regula AB dioptris inſtructa, alteri CD ad angulum rectum committatur (*Fig.* 76). perpendiculo ex C pendulo. Ceterum tam Regula Dioptrica, quam pes menſulæ Prætorianæ ita aptari poteſt, ut & huic inſtrumento, & Goniometrico, & Pyxidi Magneticæ ſerviat.

170 Scholion 1. *Quo Regula* AB *&* CD *longiores fuerint, eo exactiorem reddent operationem. Tubulus opticus Regulæ* AB *ſubſtitutus, & filis perpendiculariter ſe interſecantibus inſtructus, terminis longius diſtantibus libellandis melius ſatisfacit.* Vid. Bion. *Mathematiſche Werkſchul.*

171 Scholion 2. *Pro Libellatione in promptu etiam esse debent duæ vel tres perticæ, in quibus pro libitu attolli, deprimi, & ope cochleæ firmari possint tabulæ quadratæ, nigro colore tinctæ, in medio tamen duabus albis lineis se decussantibus distinctæ, ad quarum intersectionis punctum collimatio accurata fieri possit.* (Fig. 77.)

172 *PROBLEMA III. Libellare amnem a termino* A *ad* B. Fig. 78.

Res. Libella in C constituta collima per ejus dioptras; & perticarum F & G perpendiculariter defixarum tabulas *m* & *n* a socio tamdiu attolli facito, donec *m* C *n* sint in linea recta. Mensura A*a* + *am*, altitudinem puncti hujus primi *m* supra aquæ superficiem. Immota perticæ G tabella *n*, Libella transferatur in D, &. uti prius collima, donec *o* D *p* sint in linea recta, & mensura *no*. Eadem fac in E, & mensura *pq*; itemque *rb* + *rbB*, nempe usque ad aquæ in hoc altero Libellationis termino superficiem. Altitudines hæ omnes *no* + *pq* + *rb* + *bB* addantur, & subtrahatur A*m*, excessus puncti *m* supra datum primum Libellationis terminum; Residuum erit differentia altitudinis, seu declivitas inter puncta A & B (§. 28). Sit *no* = 8 ped., *pq* = 4, *rb* — 4 *bB* = 2, A*m* = 5, erit A*x* = 18 — 5 = 13.

173 *Coroll.* Quod si declivitates sint partim ascendentes, partim descendentes (ut in *Fig.* 79.), addantur omnes ascendentes (A*o* + *oc* + *cd* + *ef*); addantur & descendentes inter se (*de* + *fg* + *gh* + *hB*); Summa minor a majore subtrahatur, Residuum ostendet differentiam altitudinis.

174 Schol. 1. *Patet distantias quoque* oo, cc, dd, &c. *mensurandas esse, si præter differentiam altitudinis terminorum* A & B, *simul interjecti tractus Ichnographia petatur.*

175 Schol. 2. *Accurata quoque Libellatio peragi potest ope perticæ quadrangularis, non flexilis* AC, *10 vel 20 pedes longæ, & aliarum duarum* BD, & GH, *in quibus illa pro libitu disponi, attolli, firmari possit* (Fig. 80). *Si enim perticæ hæc* AC, *ope perpendiculi* P *constituatur semper horizontaliter* (Fig. 81.), *altitudines* AC + CD + DE + EF — FB *determinabunt differentiam altitudinis terminorum* A & B.

176 *PROBLEMA IV. Mensurare arcum Meridiani.* Fig. 82.

Suppono 1.) ex Cosmologia notionem *Meridiani*, *Zenith* &c. 2) *ex Astronomia*, respectu Stellarum fixarum insensibilem esse angulum *Parallacticum* BST, vel DST ad Stellam S, ex centro Telluris T, & superficiei puncto B vel D visum.

Res. Deligantur duo loca, multis leucis distantia, sub eodem, ad minus quam proxime Meridiano ABCD sita, & ex quorum quovis Stella fixa S, loci Zenith vicinissima, videri possit. Tum Quadrante majore exactissimo, & Dioptra Telescopia instructo capiatur distantia stellæ S a Zenith P, loci B, seu angulus verticalis PBS, unicus, si (*Casus I.*) stella S loco alteri A est verticalis: vel ambo PBS + QDS, si (*Casus II.*) loca B & D sunt lineæ ST ad stellam verticali utrinque sita, aut si (*Casus III. Fig. 83.*) ambo loca B & D sunt cis ST. Dico, angulum ad centrum T, a productis duorum locorum Perpendiculis comprehensum, proinde arcum Telluris inter duo hæc observationis loca interceptum (§. 20.) fore in *Casu I.* æqualem angulo Verticali PBS: in *IIdo.* = Summæ PBS + QDS: in *IIItio.* = Differentiæ PBS — QDS.

Dem. I. Cas. Angulus PBS = BTS + BST (§. 65.); Sed BST = o, seu insensibilis (*Supp. 2.*) ergo PBS = BTS, cujus mensura est arcus BA. *II. Cas.* Eodem modo BTD = PBS + QDS = BD. *III. Cas.* BTS = PBS, & DTS = QDS; ergo BTS — DTS = PBS — QDS = BTD = BD.

Inventa arcus BD amplitudine, quæ sit *ex. gr.* 1. gradus, ejus quantitas in Decempedis, vel Hexapedis determinatur per Trigonometricam plurium △△ Resolutionem, facto initio ab anxie mensurata Basi *ex. gr.* AB, in planitie æquabili assumpta, & positorum circum montium &c. distantias per §. 154. determinando, usque ad alterum terminum D. (*Fig. 84.*) Tum post demissa Perpendicula solvantur △△ Rectangula DGE, EnC &c. ut determinetur DG + Cm + mB = DB.

Coroll. Si itaque cuivis gradui Meridiani æquale, seu totidem hexapedarum terrestre intervallum responderet, omnes hi gradus æquales, proinde Terra ejusdem ubique convexitatis foret; ast reperere Astronomi Galli, gradum Polo viciniorem plures hexapedas comprehendere, adeoque majori Circuli arcum (§. 18.), proinde Terram ad Polos depressam esse (*Fig. 84. a.*) Vide *R. P. Frælich S. J.* Dial. de Fig. Telluris. Viennæ 1743.

TAB-

PLANUM, AREA, SUPERFICIES generatur motu lineæ in lineam (§. 5.) *Fig. 85.* Si itaque AB (2 *pedum*) sic moveatur per BC (3 *ped.*), describet 6 quadratula (§. 64), seu 6 pedes quadratos. Hinc patet jam - - -●

177 *PROBLEMA I. Invenire aream Rectanguli, aut cujusvis PARALLELOGRAMMI.*
Resol. (*Fig. 86.*) Multiplicetur basis *b* per latitudinem, seu altitudinem *a*, erit area ABCD = *ab*. In Quadrato vero (*Fig. 87.*), quia AB = BC, erit area ABCD = *aa*, nempe latus in seipsum ductum. Idem est de area Parallelogrammi cujusvis (§. 44 ad 49.), quia omne æquatur Rectangulo æqualis cum ipso basis & altitudinis (§. 75, 54).

178 Scholion. *Nempe uti Planum, ita Mensura Plani duarum dimensionum est, & quidem Quadratica; unde dimensio Planorum eorum QUADRATURA appellatur. Hinc etiam Pertica quadrata continet 144 pedes quadratos; Pes quadratus 144 digitos quadr. &c. Et quia Geometra assumunt mensuras decimales* (§. 45. Ar. 144.), *Decempedæ quadrata 100 pedes quadratos; Pes quadratus 100 digitos quadr.; Digitus &c. complectetur* (Fig. 88). *Unde pro Multiplicatione decimalium in dimensionibus arearum hæc observa.* 1.) *Reduc Factores ad datam speciem minimam adjectis ad dextram, quot opus fuerit, zeris.* 2-) *In Facto Exponentes additi ostendent quidem, ubi incipiant integri* (§. 47. 49. Ar.); *attamen in Numeratorum distinctione a dextra sinistrorsum non unam, sed duas notas cuivis speciei tribue, cum in Planorum mensura decimali species minor in proxime majorem non ante accrescat, quam Numerator 100 æquet. Sit* (Fig. 86.) AB = 9, 8; BC = 9, 79. *Loco 9, 8, fac 9, 80; erit factum, seu area* ABCD = 980. 979 = 959420, *seu 95, 94, 20, nempe 95 decempedæ, 94 ped., 20 dig. quadr.*

179 *Coroll.* 1. *TRIANGULI* area habetur, si basis multiplicetur per altitudinem, & Factum dividatur per 2. Quodvis enim △ est dimidium Parallelogrammi, æqualem cum ipso basim & altitudinem habenti. Nempe (*Fig. 86.*) $\frac{ab}{2} = \frac{1}{2}a.b = \frac{1}{2}b.a = \frac{2ab}{4} = 2a.\frac{1}{4}b = 2b.\frac{1}{4}a$. Hinc rursum sequitur 1*mo*. Rectangulum sub △ dati tota basi & dimidia altitudine, vel vice versa; vel sub dupla basi & quarta parte altitudinis, aut vice versa, constructum æquale fore △ dato. 2*do*. Aream △li, per dimidiam basim divisam, dare altitudinem △li, & e converso; nam $a.\frac{1}{2}b : \frac{1}{2}b = a$. Et vicissim $b.\frac{1}{2}a : \frac{1}{2}a = b$.

180 *Coroll.* 2. *TRAPEZIUM*, item Trapezoides, & *POLYGONUM irregulare* resolvantur prius in Triangula (*Fig. 89, 90.*) & singulorum △△ areæ per §. priorem quærantur, & summentur. Hinc rursus Triangulum cuivis figuræ æquale construetur, si summa basium illorum △△, in quæ resoluta fuit figura, assumatur pro basi construendi △; area vero figuræ inventa per assumptam hanc basim, sed dimidiam dividatur; quotus enim erit altitudo construendi △ (per §. 179, 2*do*.)

181 *Coroll.* 3. *POLYGONI* regularis area habetur, si summa laterum multiplicetur per dimidiam altitudinem catheti. Nam (*Fig. 91.*) tota area *ex. gr. Hexagoni*: constat areis 6 △△ æqualium (§. 98.); sed his 6 △△ = △ CAB sub altitudine eadem catheti CA, & omnium 6 basium summa; ergo area △ CAB = areæ Hexagoni dati; sed area △ habetur &c. §. 179. Hinc rursus Polygono cuivis etiam æquale Parallelogrammum, & viciſſim, construi potest (per §. 179. 1*mo*). Et cum circulus sit Polygonum infinitorum laterum - - - -

182 *Coroll.* 4. *CIRCULI* quoque area æqualis est areæ △, cujus altitudo est radius AC, basis vero Peripheria (*Fig. 92*). Ob eandem rationem *SECTOR* circuli LBCDI = △, cujus basis est arcus BD, altitudo radius. Haberetur itaque area, seu quadratura circuli per §. 179, si Peripheriæ æqualis linea recta haberetur, quam tamen hactenus nonnisi per approximationem obtinemus: pro quo sit - - -

183 *PROBL. II. Invenire rationem Diametri ad Peripheriam circuli.* Fig. 93.
Resol. Repræsentet *bd* Polygoni 10800 laterum inscripti; *nm* circumscripti latus. Jam 360 *gr.* seu 21600 *min.* divisa per 10800 dabunt angulum ad centrum $bCd = 2$ *min.* (§. 99.); ergo $\frac{1}{2}$ $bCd = oCd = 1$ *min.* Sinui 1 minuti *do*, æque ac Tangenti *nA*, Differentia insensibili, ex Tabulis respondent 2909 partes, quorum 10000000 habet radius (§. 123). Unde & arcus *dA* ab iis interceptus = 2909; consequenter 2 *dA*, seu arcus $dAb = 2909 . 2 = 5818$ fere. Jam 5818 . 10800 dat Polygoni 10800 laterum perimetrum, ipsamque adeo circuli Peripheriam 62834400. Est vero Diameter 20000000 (§. 123.); ergo Diameter est ad Peripheriam ut = 20000000 : 62834400, vel (omissis 5 dextimis notis) ut 200 : 628, seu (dividendo per 2) ut 100 : 314 fere.

184 Scholion. *Archimedæa est fere 7 : 22; Metiana 113 : 355; Ceuleniana decurtata 10000 : 31415. Ex quibus patet, Diametrum a Peripheria plus quam triplo superari.*

185 *Coroll.*

185 *Coroll.* 1. Cum itaque omnes circulorum Peripheriæ sint ut earum Diametri (§. 110.) & vicissim, data Diametro *ex. gr.* 8 ped. Peripheria invenietur hac analogia: 100 : 314 = 8 : *x*, seu 25, 12. Et vicissim data Peripheria 25, 12, invenietur Diameter analogia inversa: 314 : 100 = 2512 : *x*, seu 8. Cognita sic Peripheria (tanquam basis △ CAP, *Fig.* 92.) = 25, 12 multiplicetur per dimidium Radium CA (seu altit. △) = 2, prodibit *AREA CIRCULI* = 50, 24 digit. quadr.

186 *Coroll.* 2. Eadem ratione invenietur arcus BD (noti numeri graduum *ex. gr.* 80.) dati Sectoris BCD, si inventa prius circuli (cujus Diameter 8 ped.) Peripheria infuras: 360 : 80 = 2512 : *x*, seu 558. fere. Igitur *AREA SECTORIS* erit 558. 2 = 11, 16 fere (§. 182.)

187 *Coroll.* 3. *AREA SEGMENTI* DLB habetur, si inventa prius area Sectoris BCDL, & area △li BCD, hæc ab area Sectoris subtrahatur: item *AREA ZONAE* ABCD subtractis ab area Circuli areis Segmentorum E & F (*Fig* 94); denique *AREA ANNULI* ABCD (*Fig.* 95.) reperitur, si ab area circuli majoris ABCD, subtrahatur area minoris E.

188 **THEOREMA I.** *Parallelogramma, quæ habent areas æquales, reciprocant bases & altitudines; & vicissim, quæ eas reciprocant &c. Item* △△ *ob* §. 72.

Dem. (*Fig. 96.*) Sit *ab* = *cd*; erit *a* : *c* = *d* : *b* (§. 66. Ar.): & vicissim, si *a* : *c* = *d* : *b*: erit *ab* = *cd* (§. 80. Ar.) Et si *ab* = *ff*, erit *a* : *f* : *b*; & vicissim, si *a* : *f* : *b*, erit *ff* = *ab*. (*ibid.*)

189 *Coroll.* In Lineis Proportionalibus semper Rectangulum constructum ex 2 extremis = Rectangulo constructo ex 2 mediis, vel in Continuis Mediæ Quadrato. *Conf. TAB. V.* Hinc cuivis Rectangulo (proinde cuivis Figuræ ob §. 180.) æquale Quadratum construetur super inventa Linea media proportionali inter dati Rectanguli latera *a* & *b* (§. 82, *Ar. vel* 114.).

190 **THEOREMA II.** *Parallelogramma sunt in Ratione compositæ basium, & altitudinum.*

Dem. X nihil est aliud, quam *ab*; & Y est *cd*; ergo X : Y = *ab* : *cd*, hoc est, in Ratione composita *a* : *c* altitudinum, & *b* : *d* basium (§. 97. *Ar.*). Idem est de △△.

191 *Coroll.* Si itaque bases sunt æquales, Parallelogramma erunt inter se, ut altitudines; si hæ sunt æquales, erunt ut bases; si utræque æquales, erunt & Parallelogramma æqualia (§. 75.)

192 **THEOREMA III.** *SIMILIUM* △△ *areæ sunt inter se in Ratione Duplicata, seu ut Quadratâ laterum homologorum, vel altitudinum.* Fig. 97.

Dem. △△ X & Y sunt in Ratione composita altitudinum (*a* : *c*) & basium (*b* : *d*). Sed in △△ similibus eadem est Ratio *a* : *c*, quæ est *b* : *d* (§. 108.); Ergo △△ similia sunt in Ratione Composita e duabus Rationibus æqualibus, consequenter in Duplicata, seu ut Quadrata laterum homologorum. Nempe X : Y = *aa* : *cc* = *bb* : *dd* &c. vel etiam si Exponens = *n*, ut *nn* : 1. (§. 98, 99. *Ar.*).

193 *Coroll.* 1. Hinc areæ quarumvis Figurarum similium sunt inter se ut Quadrata laterum homologorum, Diametrorum, Radiorum &c. (§. 110). Unde si sub æquali altitudine, △li X basis sit 6, alterius Y 2 pedum, area △li X non tripla erit areæ Y, sed noncupla, nempe ut 36 : 4, seu ut Exponens 9 : 1.

194 *Coroll.* 2. Si itaque vis *ex. gr.* △li dati Y Simile, sed triplum Z, (*Fig. 98.*), quære inter dati △ basim *d*, & ejus triplam *g*, basim mediam proportionalem *f* (§. 82. *Ar. vel* 114.) & super hac △ simile construe. Nam quia *d* : *f* : *g*, erit *d* : *g* = *dd* : *ff* (7. 99. *Ar.*); sed etiam Y : Z = *dd* : *ff* (§. 192.); ergo Y : Z = *d* : *g* (§. 88. *Ar.*); sed *d* : *g* = 1 : 3 (*ex constr.*); ergo Y : Z = 1 : 3. Sic figura quævis a forma majore ad minorem Similem, & vicissim reduci potest.

195 *Coroll.* 3. Figura constructa super hypothenusa = binis similibus cathetorum (*Fig. 99.*). Sic Semicirculi A, B, C sunt inter se ut □□ suarum Diametrorum; sed □ de A = □□ Diametrorum de B, & C (§. 116.); ergo & A = B + C. *NB.* §. 194.

196 *Coroll.* 4. (*Fig. 100.*) Hinc quadrantur *Lunulæ Hippocratis*, constantes ex arcu Quadrantali, & Semicirculo super chorda Quadrantis, seu latere Quadrati descripto. Nempe A = *gldof* = B + C. Deme tum Semicirculo *gldof*, tum Semicirculis B & C, segmenta *gldg*, & *fodf*; remanebunt Lunulæ B*l* + C*o* = △*gdf* (§. 114. Ar.). Et, si △*gdf* sit isosceles, erit Lunula B*l* = △*m*; C*o* vero = △*n*.

TAB.

197 GÆODESIA est Divisio Terræ, vel Plani in ratione data.

198 *PROBLEMA I. Dividere* △ *quodvis* (ABC) *ex angulo* (C) *in quasvis partes.* Fig. 101.

Res. Divide latus oppositum AB in petitas partes, & duc ad eas ex C lineas. Nam patet, omnium △△ A C *d*, *d* C *e* &c. altitudines esse æquales; ergo △△ erunt inter se, ut bases (§. 191.) Si A *d* = $\frac{1}{3}$ AB, erit etiam AC *d* = $\frac{1}{3}$ ACB &c. *Q. E. F.* & *D.*

199 Scholion. *Methodum lineam quamvis in quasvis partes dividendi, ob spatii angustias supra* §. 111. *omissam, hic habe.* (Fig. 102.) *Duc lineam* AB *indefinitam, in eaque petitas partes designa* ex. gr. *usque in* f. *Huic duc parallelam lineam dividendam* CD, *eamque Triangulo* A E f *claude. Tum ex vertice* E *per divisionis puncta* g, h, n, *duc rectas* Eg, Eh, En; *divident ha in petitas partes lineam* CD. *Nam ob* CD *basi parallelam, erit* EA : A *n* = E C : C *i*; *item* E *n* : *nh* = E *i* : *il* &c. (§. 111).

200 *PROBLEMA II. Dividere* △ (ABC) *in partes* ex. gr. 3, *ex dato puncto* D. Fig. 103.

Res. Divide △ in 3 partes ex opposito angulo C (§. 198.) Ex puncto dato D duc ad verticem lineam DC. Huic ex punctis divisionum *m* & *n* duc parallelas *mr* & *ns*. Conjunge *r* & *s* cum dato puncto D; erunt A *r* D, D *s* B, & C *r* D *s* partes 3 æquales. Nam △ *mr* C = △ *rm* D (§. 75.); ergo addendo utrique *mr* A, erit *m* CA = D *r* A; sed *m* CA = $\frac{1}{3}$ ACB (§. 198.); ergo & D *r* A. Eodem modo id ostenditur de △ *s* D B = △ C *n* B: unde & reliquum C *r* D *s* = $\frac{1}{3}$ ACB.

201 Scholion. *Si nullum determinatur punctum pro Divisionis termino, facile in petitas partes dividitur Parallelogrammum* (Fig. 104.), *si uno latere* (BC) *diviso in* n, q, &c: *alteri lateri* AB *ducantur parallelæ* n i, q l &c.; *Trapezium vero parallelorum duorum laterum, si utroque latere* AD, *& BC. in data Ratione divisis, sectionum puncta lineis connectantur.* (Fig. 105).

202 *PROBLEMA III. Dividere Parallelogrammum quodvis* (ABCD) *ex quovis dato puncto* (E.) *in partes* ex. gr. 3 *æquales.* Fig. 104.

Res. Divide latus AD vel BC in petitas 3 partes (§. 201). Duc alteri lateri AB parallelas *ni*, *lq*, easque bisecta in *o*, *o*. Per *o* ex dato puncto E duc E *p*, eique parallelam *sr*; habes petitum. Nam △ E *oi* = △ *nop*, ob *no* = *oi* (ex constr.), & angulos ad *o* verticales, *i* vero & *n* alternos, æquales (§. 26, 29.); ergo AB *no* E + E *oi* = AB *no* E + *nop*, hoc est, AB *ni* = AB *p* E; Sed AB *ni* = $\frac{1}{3}$ ABCD (§. 201.); ergo & AB *p* E = $\frac{1}{3}$ ABCD.

203 *PROBLEMA IV. Dividere Trapezoides* (ABCD) *in quasvis partes.* Fig. 106.

Res. Duc ad angulum (D) lineam ED, basi (BC) parallelam. Divide Trapezium EBCD, itemque △ EAD in petitas partes per §§, 201, 198.

204 *PROBLEMA V. Dividere figuram quamvis in quasvis partes.*

Res. Quære aream datæ figuræ, eique æquale △lum constituere per §. 180. Tum △ hoc in petitas partes divide per §. 198. Triangula singula, prout spatium tulerit, vel in alia sibi æqualia, vel in Parallelogramma commutata (§. 179.) in datæ figuræ area constitue.

205 Scholion 1. *Methodus* △△*lis æqualia Parallelogramma substituendi sæpe in Figurarum divisione locum habet, ne divisionum limites nimis angulares evadant.*

206 Scholion 2. *Postquam Figura data area in charta divisa fuerit, Geodesia facile in campo per agetur, vel* (*quod quandoque fieri potest*) *ope solius Scala, & Catena mensoria determinando singularum linearum longitudinem, vel angulos in charta mensuratos, & linearum intersectiones per Goniometricum, aut* (*quod tutius*) *per Mensulam Prætorianam determinando. Si enim area Ichnographia in charta Mensulæ affixa, forma majore designata sit, Regula Dioptrica lineis singulis in 2 vel 3 stationibus applicata totam Geodesiam definiet, defixis, qua radii visuales, adeoque linea dividentes poriguntur, baculis. Eadem methodo Ichnographia quavis ex charta in campum transferri potest, & solet* (§. 148).

TAB.

207 INSTRUMENTA. *Linea recta menſuratur funiculo ſericeo, vel potius catena filis orichalcinis tenuibus arctius contortis compoſita, & in Orgyia partes diſtincta. Habet autem* Orgyia, *ſeu* Ulna *Montaniſtica* (Lachter) *partes ceu pedes 8, diverſis fodinis diverſos.*

208 LIBELLA (Gradbogen Fig. 107) *eſt ſemicirculus in Diametro 6 vel 8 digitorum, ex tenui ænea malleata lamina. Hic uncis ſuis* A *&* B *catena valide extenſa appenditur, ſuoque perpendiculo* C *indicat gradum declivitatis* (die Doulege, das fallen, das ſteigen) *qua ad Baſim horizontalem* (die Sohle) *inclinantur Crypta* (die Gruben) *Vena metallica* (die Gänge) *Cuniculi* (Stolln) *Platea* (die Lauffe.)

209 PYXIS JACENS Magnetica, Gruben-Compaß, Sez-Compaß Fig. 108. 109. *Huic inſcriptum circulum non in gradus, ſed facto a Septentrionis puncto, diviſionis initio ſiniſtrorſum in bis 12 horas* (horam rurſus in 8 puncta) *dividunt, ORiente ad ſiniſtram OCCidente ad dextram adſcripto. Si latus* AC *vel* BD *fiat parallelum linea hora 12. pyxis hac ſimul* Inſtrumentum lineationis (Zuleg-Compaß) *ſupplebit pro angulis menſuratis in chartam transferendis. Acus Magnetica fere ſit duarum pollicum & nota Declinationis.*

210 PYXIS PENSILIS Magnetica (Hänge-Compaß) *exhibetur Fig. 110. Utrinque hujus Pyxidis uſus eſt ad capiendos angulos horizontales, ſeu determinandam mundi plagam* (die Stunde) *verſus quam crypta &c. protenduntur.*

211 GONIODICTES (Winkelweiſer Fig. 111.) *eſt Regula quadrangula lignea, 1 pede longior, dioptris* A *&* B *inſtructa, quibus inferne parallele tenditur filum aneum* CD, *pro appendenda libella vel Pyxide Penſili. Altero ſuo extremo ope cochleæ* E, *parti* FG *conjuncta & circa eam ſurſum ac deorſum mobilis eſt.*

212 CIRCULUS HORARIUS *aneus* (Stundeſcheiben, Eiſenſcheiben) *adhibetur in Ferrifodinis, ubi acus Magnetica fallit. Si dematur Pyxis Magnetica, inſtrumentum hoc vix differt ab illo Fig. 108. Praxis duos tales circulos requirit.*

213 *PROBLEMA I. Fodinam metiri*, einen Gruben-Zug machen. Fig. 112.

Reſ. 1mo Menſuretur profunditas perpendicularis putei AB (des Schachts Seigerteuffe) ope longi Perpendiculi, vel potius ope ipſius funis, qui in puteis pro demittendis & extrahendis rebus (zum ein- und aus-fördern) habetur. 2do. Parallele ad latus & baſim cryptæ BC, tendatur & cochleis æneis firmetur catena. 3tio. Suſpendatur ex catenæ medio primum Libella (§. 108.) pro explorando gradu *cadentis* vel *ſurgentis* ſpecus; tum Pyxis Magnetica Penſilis (§. 110.) appendatur, vel Pyxis Magnetica Jacens (§. 109.) in fulcro quopiam ita firmetur, ut linea horæ 12, exacte reſpondeat directioni extenſæ catenæ: innoteſcet plaga mundi, ſeu hora, verſus quam crypta porrigitur. Longitudo, Declivitas, hora, aliique (ex. gr. occurrentes per cryptam putei, venæ &c.) in pugillari exacte notentur. Eadem fiant in ſtationibus CD, DE &c. Eadem methodo inveſtigatur Directio alicujus venæ (das ſtreichen eines Gangs) catena tum juxta partem venæ ſupremam (quam *pendentem*, das hangende, vocant) tum etiam juxta partem ejus infimam (quam *jacentem*, das liegende, dicunt) extenſa, Libellaque & Pyxide Magnetica applicatis.

214 Schol. 1. *In Ferrifodinis ad primum aditum, vel ſtatim infra puteum exploratur juxta extenſam catenam ope Pyxidis Magnetica plaga crypta* (BG), *ſitque hac* ex. gr. *2 hora OR. Tum firmetur in* G *Circulus Horarius ita, ut inventa hora 2. OR. reſpondeat catena per* BG *extenſa. Catena annulo* E *immiſſa, & per ſequentem cryptæ ductum* GH *extenſa, monſtrabit Index brachii mobilis* DE *horam, in quam dirigitur* GH *& ad quam in* H *alter Circulus Horarius eſt diſponendus: Et ſic deinceps.*

215 Schol. 2. *Perpendicula* Bl, Cm *&c. item baſes horizontales* lC, mD *&c. inveniuntur* 1mo. *per §. 135. cum in omni* (BIC) *nota ſit hypothenuſa* BC, *& omnes 3 anguli.* 2do. *Facto ad* B *ope Tranſportatorii angulo Libellæ & erecta perpendiculari* Cl *ex Scala deſumi poteſt* Bl *&* lC. 3tio. *Per tabulas in hunc finem jam factas.* (*V. præclarum opus* Anleitung zur Markſcheidekunſt, Dresden 1749. *vel* Weidleri Geom. Subterran.) *Habitis perpendiculis & baſibus facile innoteſcet baſis & altitudo totalis.*

216 Schol 3. Ichnographia *fodinæ perficitur Scala & Pyxide Magnetica: Ichnographia Ferrifodinæ Scala & Tranſportatorio in horas diviſo:* Orthographia, *Scala & Tranſportatorio conſueto.*

217 *PROBLEMA II. Puncta ſubdialia ſubterranea reſpondentia determinare.* Fig. 113.

Reſ. I. Incipe a fixo quopiam puncto *ex. gr.* puteo AB, & ſingularum linearum longitudines & horas prius in fodina repertas poſtea ſub dio eodem ordine & modo determina.

Reſ. II. Fig. 115. In facta prius mappa Ichnographica ad punctum datum (B) ducatur linea a puncto fixo, *ex. gr.* puteo A & ex hora lineæ AC nota, Pyxide magn. quæratur hora, Scalæ vero longitudo AB. Tum facto a puteo A dimenſionis initio, uſque ad notæ jam diſtantiæ terminum B juxta notam pariter lineæ AB horam metire. Si *recta* progredi non licet, progredere verſus *b* capto angulo *b* AB, & innoteſcet aberratio tua *b* B vel per Trigonometriam, *vel* per Scalam.

218 *Coroll.* Fig. 114. Patet ſimili modo inveniri lineam EC pro conjungendis duobus punctis *E & C* intra fodinam, ein- durchſchlag oder querſchlag machen.

219 *Duorum Planorum* AB & AC *sub angulo* A *inclinatorum Sectio communis est Linea* AD (Fig. 116.) *& quidem hac una, cum inter extrema Planorum horum puncta* A & D, *qua se mutuo tangunt vel secant, nonnisi hac una recta duci possit* (§. 55.) *Et cum hac Sectio seu linea recta sit utique in eodem ipso Plano, quod secat, sequitur, quod* (Fig. 117.) *Sectiones* m & n, *item* r & o *a duobus aliis Planis* E & F *facta, sint parallelæ, si Plana* AB & CD, *qua secantur, sunt parallela. Cetera, qua de Lineis ad Plana, vel Planis ad alia Plana perpendicularibus aut parallelis fuse Euclides L. XI. pertractat, facile intelligentur ex dictis supra de ejusmodi Lineis.*

220 *Def.* 1. Ad constituendum angulum solidum minimum 3 Plana in communem verticem coëuntia; ad claudendam vero figuram solidam minimum 4 requiruntur.

221 *Def.* 2. Regularia corpora sunt, quorum superficies constant meris Figuris Regularibus & æqualibus. Sunt autem quinque, *Fig. 118. & seqq. Tetraëdrum*, quod 4; *Octoëdrum*, quod 8; *Icosaëdrum*, quod 20 △△ æquilateris & æqualibus continetur: *Dodecaëdrum* 12 Pentagonis similibus & æqualibus; *Hexaëdrum*, sive *Cubus* 6 Quadratis æqualibus terminatur. Neque his plura dari Corpora Regularia demonstrabitur. Generatim *Polyedra* dicuntur.

222 *Def.* 3. CORPUS, seu SOLIDUM generatur motu Plani per lineam (§. 6). *(Fig. 123.)* Si itaque planum describens (quod posthac *Basim* dicemus) sit △, □, vel Polygonum quodvis, quod motu semper uniformi sursum moveatur per lineam *c*C, generabitur PRISMA, idque vel △lare, □lare &c. & in specie (*Fig. 124.*) PARALLELEPIPEDUM, si Basis sit Parallelogrammum, & opposita latera Parallela invicem & æqualia: CUBUS vero, si Basis & omnia latera sint Quadrata æqualia (*Fig.* 125.) & demum CYLINDER, si Basis sit Circulus (*Fig. 126.*)

223 *Coroll.* Igitur Cylinder haberi potest pro Prismate, cujus Basis sit infinitorum laterum (§. 78.)

224 *Def.* 4. Si Basis sit △, □ vel Polygonum (*Fig. 127.*) & sursum moveatur per lineam *c*C ita, ut semper proportionaliter quasi constringatur, tandemque in punctum verticis C coëat, generabitur PYRAMIS, eaque vel △laris, vel □laris, vel Polygona: Si Basis sit Circulus (*Fig. 128.*) generabitur CONUS: si Basis sistatur quodammodo in motu suo *ex. gr.* in O, habebitur Pyramis, vel Conus truncatus (*Fig. 129. 130.*)

225 *Coroll.* Conus haberi potest pro Pyramide infinitorum laterum (§. 78.)

226 *Def.* 5. Altitudo corporis est demissa ex vertice, vel sublimi puncto Perpendicularis ad Basim, si opus est, productam (§. 54.) In Pyramide & Cono altitudo corporis distinguenda est ab altitudine Planorum terminantium sive laterum: nempe (*Fig. 127.*) altitudo Pyramidis est *c*C; altitudo Plani BCE est C*d*.

227 *Def.* 6. Axis vocatur linea, quæ Basis inferioris & superioris centra, vel in Pyramidibus & Conis verticem centro inferioris baseos jungit. Si axis Basi perpendicularis est, corpus *Rectum* dicitur; secus *Obliquum* vel *Scalenum Fig. 123.*

228 Scholion. Retia *dictorum corporum ex charta crassiore construes hoc modo: Pro* Tetraëdro, *vel* Pyramide Regulari △lari *fiant quatuor* △△ *aquilatera æqualia* (Fig. 131.): *pro* Octoëdro 8 (Fig. 132.): *pro* Icosaëdro 20. (Fig. 133.) *Pro* Dodecaëdro 12 *Pentagona similia & æqualia* (Fig. 134.) *Pro* Hexaëdro, *seu* Cubo 6 *Quadrata æqualia* (Fig. 135.) *Pro* Parallelepipedo 6 *Parallelogramma, ut semper bina opposita sint æqualia* (Fig. 136.) *Pro* Prismate *ex. gr.* △*lari* (v. Fig. 137.) *Pro* Cylindro (*seu Prismate infinitorum laterum, ut adeo illius superficies, demptis basibus constet infinitis Parallelogrammulis infinite vicinis* ilrf) *fiat Rectangulum* ABCD, *cujus longitudo seu basis* DC *sit æqualis Peripheriæ Baseos Circularis, altitudo vero* AD *altitudini ipsius Cylindri & pro basibus describantur duo circuli* A & D *radio data baseos Circularis* (Fig. 138.) *Pro* Pyramide *ex. gr.* □*lari* (Fig. 139.) *ducatur arcus* AB, *& in eo data baseos* FD *latus* ED *quater collocetur &c. Pro* Cono Recto (*seu Pyramide infinitorum laterum, cujus superficies, sine basi, constet infinite parvis* △△ bCd) *describatur circulus baseos* AI (Fig. 140.) *tum fiat Sector* ACD, *cujus radius* CI *æqualis sit altitudini lateris Conici; arcus vero* Fd = *Peripheriæ baseos Conicæ: invenitur vero arcus* Ed *hac analogia:* CI : ½ AI = 360 : x. *Sit radius* CI = 6, AI = 4, *adeoque radius seu* ½ AI = 2, *erit* ED, *adeoque & angulus* ECD = 120. gr.

229 *PROBL. I. Superficiem cujusvis dictorum corporum invenire.*

Res. Tum ex corporum genesi, tum ex eorundem explicatis Retibus patet, Superficiem cujusvis dictorum corporum nihil aliud esse, quam Summam omnium Planorum, termi-

minantium. Quærantur itaque Planorum terminantium Areæ, & summentur. Cylindri superficies = *Rectangulo, cujus basis = peripheriæ baseos, altitudo altitudini Cylindri; cui si addantur areæ basium, habebitur tota Cylindri Superficies:* Coni Superficies *vero* = *Sectori* ✣ *areæ baseos.*

230 *PROBL. II. Soliditatem* PRISMATIS, PARALLELEPIPEDI, CUBI, CYLINDRI *invenire.*

Res. Quæratur area baseos (*Tab. IX.*) & multiplicetur per altitudinem corporis. Patet id ex ipsa genesi corporum (*Fig. 141.*) Sit Cubi AD, latus AB 4 *ped;* erit ejus basis quadrata AC = *16 ped. quadr.* (§. 177.) Hi 16 pedes quadrati motu semper parallelo ducti sursum per lineam BD, in altitudine 1 pedis dabunt 16 parvos cubos; in altitudine 2 pedum, 32; in altitudine 3, dabunt 48; in altitudine 4 pedum demum 64 *pedes cubicos*, totum Cubum AD composituros.

231 Scholion. *Uti Quadratum Planorum, ita Solidorum mensura est Cubus. Itaque* Pertica Cubica, *seu Cubus* 1 *Pertica continet* 1728 *pedes cubicos;* Pes Cubicus 1728 *dig. cubicos &c. Et quia Pertica Geometrarum est pedum* 10, Decempeda Cubica *continebit* 1000 *pedes cubicos;* Pes cubicus 1000 *digitos cubicos &c. accremento millecuplo. Hinc in Multiplicatione, Factoribus ope adjectorum Zerorum prius ad minimam speciem reductis, in Facti distinctione a dextra sinistrorsum tres cuivis speciei nota tribuantur.* (Conf. §. 178.) *Sit Prisma* △*lare* AD (Fig. 123.) *sitque baseos* △*laris aquilatera latus* AB = 3, 54, *altitudo* EL = 3, 8, *erit area* ABE = 6, 72, 60 *ped. quadr.* (§. 179.) *Hac basis multiplicata per altitudinem* cC = 9, 902, *dabis Soliditatem Prismatis* 66, 600, 852, *hoc est*, 66 decempedarum, 600 *ped.* 852 *digitorum cubicorum.*

232 *Coroll.* Corpora homogenea, quæ bases & altitudines mutuo æquales vel reciproce proportionales (§. 188.) habent, sunt æqualia.

233 *LEMMA. Pyramis est* $\frac{1}{3}$ *Prismatis, æqualis cum ipsa basi & altitudinis.*

Dem. (*Fig.* 142) Sit Cubus AG, cujus basi ponatur inscripta Pyramis Recta ABCDO, sub altitudine Cubi dimidia. Patebit contemplanti, reliquis 5 Cubi planis, ceu basibus, inscribi posse adhuc alias 5 Pyramides Rectas, in eundem verticem O desinentes, æqualium omnes basium & altitudinum, adeoque omnimode æquales. Ergo Pyramis ABCDO erit $\frac{1}{6}$ totius Cubi, consequenter $\frac{1}{3}$ dimidii Cubi, seu Prismatis ALMNB ejusdem cum ipsa basis & altitudinis. Et quia basis cujuscunque Figuræ in basim Quadratam datæ æqualem transformari potest (§. 181, 189.) idem verum erit de Pyramide & Prismate cujuscunque baseos.

234 *Coroll.* Cum Cylinder ad Prisma, Conus ad Pyramidem referatur (§. 223, 225.) etit quoque Conus tertia pars Cylindri, sub æquali cum ipso basi & altitudine constructi.

235 *PROBL. III. Soliditatem* PYRAMIDIS *&* CONI *invenire* Fig. 127. & 128.

Res. Multiplicetur area baseos per tertiam partem altitudinis, vel e converso: vel factum ex tota basi in totam altitudinem, dividatur per 3. Sit altitudo *cC* = 9, basis *AE* = 24 ped. quadr., erit Soliditas = 216 ped. Cub.

236 *PROBL. IV. Soliditatem Pyramidis truncatæ, vel Coni truncati invenire.* Fig. 143.

Res. Ex datis baseos inferioris & superioris radiis *a* & *b*, & Pyramidis vel Coni truncati altitudine *c*, quæratur altitudo tota *c* ✣ *x*. Nempe ob suppositas parallelas *a* & *b*, erit *a* : *b* = *c* ✣ *x* . *x* (§. III.) hinc *a* — *b* : *b* = *c* ✣ *x* — *x* : *x*, hoc est *a* — *b* : *b* = *c* : *x* (§. 187. Ar. NB. C.) Reperto *x* quæratur soliditas corporis totius ABDC, itemque soliditas partis, seu Pyramidis vel Coni deficientis EFGC (§. 235), hujusque partis soliditas a soliditate totius ABDC subtrahatur, Residuum erit Soliditas Pyram. vel Coni truncati ABDGE.

237 *PROBL. V. Soliditatem 5 Corporum Regularium invenire.*

Res. Dimensio *Tetraëdri*, utpote Pyramidis; *Octaëdri*, ceu Pyramidis duplicis, *Hexaëdri* quoque, seu Cubi, jam constat. *Dodecaëdrum & Icosaëdrum* constat totidem Pyramidibus, in corporis centro concurrentibus, quod corpus habet hedras seu Bases terminantes. Reperta itaque unius ejusmodi Pyramidis componentis soliditate, & per numerum Basium multiplicata, habebitur totius corporis Soliditas.

238 Scholion. *Patet ex dictis, quomodo dimetiri liceat struem lignorum, acervum frumenti, vasorum Cylindricorum, Conicorum, &c. capacitatem, murorum Soliditatem, columnæ æreæ, aquæ in vase contentæ quantitatem &c. Quorum mensura in pedibus, vel digitis cubicis semel cognita facile ad usualem mensuram per Regulam trium reduci poterit, si simul exploretur vel sciatur, quantum in usuali illa mensura* 1 *Pes vel Digitus cubicus valeat. Pari modo cognita muri, Columnæ æreæ, vel aquæ soliditate inveniri poterit earundem gravitas, cognita* 1 *pedis eorum cubici gravitate.*

239 *Def.* 1. SPHÆRA (*Fig. 144.*) eſt Corpus ſuperficie uniformiter convexa terminatum, ad quam ducti e Sphæræ Centro C Radii omnes æquales ſunt. Generatur Sphæra, ſi Semicirculi Planum ABEDA circa immotam Diametrum AB vertatur.

240 *Def.* 2. *Circulus maximus* Sphæræ dicitur circulus, cujus Diameter = Diametro Sphæræ.

241 THEOREMA. (*Fig. 145.*) *Si Sphæra & ei circumſcriptus Cylinder* AC *ſecentur a duobus Planis parallelis* f g *&* e h, *ſemper Sphæra Zona* ex. gr. a b c d a, *æqualis eſt Cylindri circumſcripti Zonæ* e f g h e, *ejusdem cum priore perpendicularis altitudinis* i l; *conſequenter omnes ejusmodi Zonæ in Sphæra ſimul ſumptæ, hoc eſt, tota ſuperficies Sphæræ, æqualis eſt omnibus Zonis in Cylindro correſpondentibus ſimul ſumptis, hoc eſt, toti ſuperficiei convexæ (demptis nempe baſibus planis* AD *&* BC) *Cylindri circumſcripti.*

Demonſtratio. aliquanto longior dabitur oretenus.

242 *Coroll.* 1. Quia igitur ſuperficies Cylindri circumſcripti convexa = Rectangulo ſeu facto ex Diametro *Em* tanquam altitudine, in peripheriam circuli Sphæræ maximi (§. 228.), erit

SUPERFICIES SPHÆRÆ = Facto ex diametro
ZONÆ abcd = Facto ex parte axeos il
SEGMENTI mfgm = Facto ex parte axeos lm
} in peripheriam circuli Sphæræ maximi.

243 *Coroll.* 2. Et quia ſuperficies circuli Sphæræ maximi = Facto ex $\frac{1}{4}$ Diametri in totam ſuam peripheriam, (§. 185.) Superficies vero Sphæræ = Facto ex tota ſeu $\frac{4}{4}$ Diametri in eandem circuli maximi peripheriam, ſequitur ſuperficiem Sphæræ (adeoque etiam Superficiem Cylindri convexam) eſſe quadruplam Superficiei circuli maximi, ſeu ut 4: 1. Et hinc rurſus *Superficies Sphæræ = Circulo ſub radio, radii Sphæra* (ſeu circuli maximi) *duplo*; circulus enim radio prioris duplo deſcriptus, eſt illius quadruplus (§. 193.)

244 *Coroll.* 3. Superficies Cylindri tota, annumeratis nempe baſibus *AD* & *BC* eſt ſexdupla Superficiei circuli maximi. adeoque eſt ad Superficiem Sphæræ ut 6: 4, *ſive* 3: 2.

245 *PROBLEMA. Soliditatem SPHÆRÆ invenire.* Fig. 146.

Reſ. & Dem. Sphæra conſiderari poteſt ut compoſita ex Pyramidibus vel Conis infinite parvis *m, n, o, &c.* quorum vertices in Sphæræ centro concurrant, baſes vero operiant Sphæræ ſuperficiem: Sed quivis horum Conulorum eſt = Facto ex ſua Baſi in $\frac{1}{3}$ altitudinis, ſeu Radii Sphæræ (§. 235.); Ergo Summa omnium Conulorum ſimul ſumptorum, ſeu Soliditas Sphæræ = Facto ex tota Superficie Sphæræ in $\frac{1}{3}$ Radii.

246 *Coroll.* 1. Hinc Sphæra = Cono, cujus baſis ſit Superficies Sphæræ, altitudo Radius.

247 *Coroll.* 2. Soliditas *SECTORIS* ABCD = Facto ex Superficie Segmenti ABD in $\frac{1}{3}$ Radii AC: *SEGMENTI vero* ABDA Soliditas habetur, ſi ab inventa Soliditate Sectoris ſubtrahatur Soliditas Coni BCD.

248 *Coroll.* 3. (*Fig.* 147.) Sit ſuperficies circuli maximi = *c*, Radius = *r*, diameter = *d*, erit Superficies Sphæræ = 4 *c* (§. 243.), Soliditas = 4 *c.* $\frac{1}{3}$ *r* = 4 *c.* $\frac{1}{6}$ *d* = $\frac{4}{6}$ *cd* = $\frac{2}{3}$ *cd.* Eſt vero Soliditas Cylindri = *cd* (§.230.) = $\frac{3}{3}$ *cd*; Ergo Sphæra eſt ad Cylindrum circumſcriptum ut 2: 3. Ut quia Conus ad Cylindrum circumſcriptum ut 1: 3. (§. 234.) erunt Conus, Sphæra & Cylinder ejusdem baſis & altitudinis ut 1, 2, 3. Et hinc Conus æquatur exceſſui, quo Cylinder Sphæram inſcriptam ſoliditate ſuperat; Soliditates vero Coni & Sphæræ ſimul æquantur Soliditati Cylindri iis circumſcripti.

249 Scholion. *Tum ex geneſi, tum ex dimenſione conſtat, Corpus omne determinari trina dimenſione in longum, latum & profundum ſeu altum, id eſt, ex baſi plana ducta in aliquam altitudinem; unde licet inferre univerſim ſequentia:*

250 *Coroll.* 1. Corpora quævis, etiam Scalena (cum æquales baſes (*Fig.* 123.) ABE per æqualem altitudinem motæ æqualia ſpatia ſeu ſolida definiant (§. 7.), proinde cuivis Scaleno æquale Corpus Rectum intra easdem parallelas conſtitui poſſit) Corpora, inquam, quævis homogenea (Priſmata Priſmatibus *&c.*) comparata æqualia ſunt, ſi ſint æqualis baſis & altitudinis; ſi ſolæ baſes ſunt æquales, ſunt ut altitudines; ſi hæ ſint æquales, ſunt ut baſes; ſi nec baſes nec altit. æquales ſint, ſunt in ratione compoſita baſium & altit. (§. 188. *ſeqq.*)

251 *Coroll.* 2. Hinc *SIMILIA* corpora (quorum nempe plana ſimilia ſunt, & æquales mutuo angulos comprehendunt) ſunt in Ratione Triplicata, ſeu ut Cubi laterum homologorum, Diametrorum, Radiorum &c. cum in corporibus ſimilibus ſingularum dimenſionum trium Ratio ſit eadem, adeoque idem exponens. Sit (*Fig.* 148.) longitudo baſeos = *a*, latitudo = *b*, altitudo = *c* in Corpore *X*; in Y vero ſint eadem *d, e, f*, erit *abc*: *def* = *uuu*: 1, vel ut *aaa*: *ddd*, ut *bbb*: *eee* &c.

252 *Coroll.* 3. Aſſumpta Sphæræ & circumſcripti Cubi diametro = 100, erit Soliditas Cubi ad Soliditatem Sphæræ ut 1000000: 523333. Cum igitur omnes Sphæræ Sphæris & Cubi Cubis ſimiles ſint, invenietur calculo faciliore cujuſvis Sphæræ ſoliditas, ſi facto datæ Sphæræ diametri Cubo inferas: 1000000: 523333 = Cubus datæ Diametri Sphæræ, eſt ad Soliditatem Sphæræ petitam.

253 *Coroll.* 4. Si Cubi dati ſoliditas dupletur, & ex hoc duplo Radix cubica extrahatur, hæc dabit latus cubi dupli. Eſt Problema Deliacum. *Confer.* §. 194. *geom. &* 121 *Ar.*

254. Scholion. *Quomodo irregularis cujuſcunque corporis Soliditas ope vaſis aqua pleni reperiatur, docebitur.*

TAB.

TAB. XIV. *Elenchus quorundam Auctorum, qui Arithmeticam, Algebram & Geometriæ Elementa Tyronum ingenio magis accommodarunt.*

I. *CURSUS MATHEMATICI* primum locum habeant. R. P. Casparus *SCHOTTUS*; Itemque R. P. Claudius *MILLIET DECHALES* e S. J. & *OZANAM* in *Cours de Mathematique*, omnes pene Matheseos partes perspicue pertractarunt. Illmus vero *WOLFIUS* Recentiorum inventis locupletata Elementa Matheseos universæ 5. Tomis in 4. edidit, quorum & Compendium dedit 2 Tomis in 8vo, quod nuper auctius sermone Gallico prodiit 3 Tomis in 8vo. Commendandæ præprimis etiam Tyronibus sunt institutiones Matheseos *WEIDLERI* & *WIEDEBURGII*.

II. *ARITHMETICAM & ALGEBRAM* præter dictos dederunt: R. P. Erasmus *FROELICH* e S. J. sub titulo: *Introductio facilis in Matheſim*, Viennæ 1746. 8vo, *CRIVELLIUS*, Elementa Arithmeticæ Numericæ & Literalis; Latine & auctiora reddita Viennæ 1745. *CLAIRAUT* nuperrime, *DEIDIER*, *CAMUS* & *CHAPELLE*, idiomate Gallico. Adde Joannis *POETII* Einleitung zur Arithmetischen Wissenschaft.

III. *GEOMETRIÆ* Elementa ab iisdem nunc sub *Num. II.* dictis Auctoribus habemus. Commemorandus & *BELIDORI Cours de Mathematique*, itidem Viennæ in vernaculum translatus a Bionio. *EUCLIDIS* Elementa dedit R. P. *TACQUET*, quæ cum passim citentur, Elementorum horum Propositiones Tabularum nostrarum sphis respondentes subjecta tabella exhibemus.

L. I. Prop.	1.	§. 61.		46.	§. 77. 104.	L. VI.	1.	§. 191.		24.	§. 222.
	4.	§. 57.		47.	§. 116.		2.	§. 111.		25. 29. 30. 31. 32.	§. 250.
	5.	§. 63.	L. III.	1.	§. 86.		3.	§. 112.			
	Coroll.	§. 64.		2.	§. 79.		4. 5.	§. 109.		33.	§. 251.
	6.	§. 60.		3.	§. 85.		6. 7.			34.	§. 232.
	8.	§. 59.		4.	§. cod.		8.	§. 114, 115.		36.	§. 250 80. Ar.
	9.	§. 30.		5.	§. 14.					37.	§. 89. 90. Ar.
	Coroll.	§. cod.		6.	§. cod.					40.	§. 250.
	10.	§. cod.		7.	§. 15.		9. 10. Schol.	§. 199.	L. XII.	1.	§. 193.
	11.	§. 34.		8.	§. 16.					Coroll.	§. 110.
	12.	§. cod.		13.	§. 9.		11. 12.	§. 113.		2.	§. 193.
	13.	§. 25.		14.	§. 15.		13.	§. 114.		5. 6.	§. 250.
	Cor. 1. 2. 3.	§. cod.		15.	§. cod.		Coroll.	§. 115.		7.	§. 233.
	15.	§. 26.		16.	§. 79.		Schol.	§. 121. Ar.		8.	§. 251.
	18.	§. 60.		17.	§. 81.		14.	§. 188.		9.	§. 232.
	19.	§. cod.		18.	§. 80.		15.	§. cod.		11.	§. 234.
	20.	§. 8.		19.	§. cod.		16. 17.	§. 189.		11.	§. 250.
	22.	§. 61.		20.	§. 87.		18.	§. 102. 110.		12.	§. 251.
	23.	§. 31.		21.	§. 89.		19.	§. 192.		13. 14.	§. 250.
	Schol. 1.	§. 32.		22.	§. 93.		20.	§. 110.		15.	§. 232.
	2.	§. 33.		25.	§. 86.		Cor. 1 2.	§. 193.		18.	§. 251.
	3.	§. 32.		26.	§. 83.		3.	§. 194. Prop.	Ex Archimede.		
	24.	§. 57.		27.	§. cod.		21.	§. 8. Ar.		1. 2. 3.	§. 78.
	25.	§. cod.		28.	§. 89.		22.	§. 89, 90. Ar.		4.	§. 181.
	26.	§. cod.		29.	§. cod.		23.	§. 190.		5.	§. 182.
	27.	§. 29.		30.	§. 30.		24.	§. 110, 74.		6.	§. 183. 184.
	28.	§. cod.		31.	§. 90.		25.	§. 194.		7.	§. 110.
	29.	§. cod.		32.	§. 92.		31. Coroll.	§. 195.		8. 9.	§. 228.
	31.	§. 36.		35.	§. 119. b.		33.			10.	§. 223, 225.
	32.	§. 65. 66.		36.	§. 119. a.		I.	§. 110.		11. Cor.	§. 228.
	34.	§. 71.		Coroll.	§. 119.		Cor.	§. 186.		12.	§. 243.
	Schol.	§. 177.	L. IV.	2.	§. 104.	L. XI.	2.	§. 110.		13. 14.	§. 228.
	35. 36	§. 75.		3. 4.	§. 106.		a Prop. 1. ad 20. Euclides agit de situ & solidione Planorum, de quo V.			24.	§. 243.
	Schol.	§. 177.		5.	§. 86.					Schol.	§. 242.
	37.	§. 76.		6.	§. 104.					26.	§. 241.
	38.	§. cod.		7. 8.	§. 106.					28.	§. 246.
	41.	§. 72.		9.	§. 104.	Prop.	20.	§. 220.		Schol.	§. 245.
	Schol.	§. 179.		10. 11. 12. 13 14.	§. 105.		21.	§. 221.		29.	§. 247.
	42.	§. cod.		15.	§. 104.					32.	§. 248.
	Coroll.	§. cod.		16.	§. 103.						
	43.	§. 74.									
	44.	§. 279.									
	45.	§. cod.									
	Schol.	§. 180.									

GEOMETRIÆ CURVARUM

TAB. I. *De Sectionum Conicarum natura.*

§. 1. *Def.* 1. (*Fig.* 1.) Si Conus ABC secetur Plano DE ad basim AC parallelo, Sectio erit CIRCULUS: si secetur Plano FG, ad oppositum Coni latus BC parallelo, sectio dicitur PARABOLA: si secetur Plano IH, ad Coni axem BL obliquo, sectio dicitur ELLIPSIS: si secetur Plano MN, ad Coni axem BL parallelo, sectio dicitur HYPERBOLA: & generali vocabulo Sectiones hæ dicuntur SECTIONES CONICÆ.

2. Schol. 1. *Hæc Sectionum nomina tribuuntur* Apollonio Pergæo, *cujus VIII. Conicorum Libros, quoad licuit, restituit* Edmundus Hallejus. *Antiquiores* Euclides, Archimedes *&c. Parabolam Coni Rectanguli, Ellipsim Acutanguli, Hyperbolam Obtusanguli Coni sectionem dixere. Sectionum Conicarum doctrinam maxime illustrarunt* P. Gregorius a S. Vincentio e S. J. *De Quadr. Circuli & Sect. Con.* Guido Grandus, *cum annotationibus* D. P. Cameti *Recens Romæ editus, & Tyronum commodo Tacqueti Euclideis Elementis annexum, una cum Trigonometria Spharica & tract. de Cycloide & Logistica* R. P. Boschovich e S. J. Philippus de la Hire, *de Sect. Conicis:* de l' Hospital *Traité analytique des Sections Coniques, aliique complures Recentiores* Wolfius, Deidier *&c.*

3. Schol. 2. *Post* Hospitalium *RR. plerique Sectiones has Conicas extra Conum considerant tanquam Lineas Curvas Algebraicas, quarum natura per Æquationes Algebraicas investigari & exprimi queat. Horum methodo, utpote faciliori, insistemus.*

4. *Def.* 2. (*Fig.* 2.) Lineæ *or, os &c.* quæ ad axem vel Diametrum AB cujuscunque Curvæ utrinque applicantur, ducuntur *Ordinatim applicata* vel *Ordinatæ;* harum dimidiæ, seu ex una tantum axis parte applicatæ, *of, of &c.* dicuntur *Semiordinatæ.* Axis vel Diametri portiones Af, Af, &c. dicuntur *Abscissæ.*

5. Schol. *Diameter & axis curvæ sæpe promiscue a multis usurpantur; Axis Curvæ dicitur solum illa Curvæ Diametrus, ad quam ordinatæ applicantur perpendiculariter* (Fig. 11.)

6. *Def.* 3. *Parameter* sive *Latus Rectum* Curvæ dicitur linea recta, a cujus magnitudine in quibusdam Curvis dependet ratio, quam inter se habere debent Semiordinatæ & Abscissæ datæ Curvæ. Talis parameter est PA vertici Curvæ applicata (Fig. 3.)

7. *Def.* 4. *Focus* (a Speculorum Conoidalium ustione sic dictus) est punctum axeos, per quod transiens Ordinata est æqualis toti, Semiordinata vero dimidiæ Parametro.

8. *Def.* 5. *Linea Constantes* dicuntur, quæ in eadem data Curva magnitudinem non variant, ut est Parameter, Axis, Diameter Ellipseos, Circuli &c. *Inconstantes* seu *Variabiles* sunt, quæ in eadem Curva jam crescunt, jam decrescunt, ut sunt Semiordinatæ & Abscissæ.

9. Schol. *In Æquationibus Algebraicis lineas Constantes prioribus, variabiles ultimis Alphabeti literis denominamus. Sic Diametrum, aut axem Curvæ dicemus a, Parametrum* b, *Abscissam quamlibet* x, *Semiordinatam* y.

10. *Def.* 6. (*Fig.* 2.) Si super AB erigantur perpendiculariter Semiordinatæ ea conditione, ut quævis *of* sit media proportionalis inter segmenta Af & fB; semiordinatarum infinite vicinarum vertices *o, o, &c.* terminabunt lineam curvam circularem, seu Circuli peripheriam. *Constat ex* §. 114.

11. *Coroll.* Hinc in circulo $x : y = y : a - x$, adeoque Æquatio pro Circulo est $yy = ax - xx$, hoc est: *Quadratum Semiordinatæ = Rectangulo ex segmentis Diametri.*

12. *Def.* 7. (*Fig.* 3.) Si semiordinatæ *of, of &c.* axi AB ita applicentur, ut earum quævis sit media proportionalis inter Parametrum PA & Abscissam Af, talium semiordinatarum infinite viciuarum vertices *o, o &c.* terminabunt lineam curvam, quæ dicitur PARABOLA.

13. *Coroll.* Hinc in Parabola $b : y = y : x$, adeoque Æquatio pro Parabola est $yy = bx$, hoc est *Quadratum Semiordinatæ = Rectangulo ex Parametro in Abscissam.*

14. *Def.* 8. (*Fig.* 11.) Si semiordinatæ *of, of &c.* axi majori seu transverso AB ita applicentur, ut Parameter *sit ad* axem majorem AB; sicut Quadratum Semiordinatæ cujusvis *of* est ad Rectangulum ex Segmentis axeos (Af, fB); Semiordinatarum infinite vicinarum vertices *o, o &c.* terminabunt lineam curvam, quæ dicitur ELLIPSIS.

15. *Coroll.* Quia AB $= a$, & Af $= x$, erit fB $= a - x$. Hinc in Ellipsi $b : a = yy : ax - xx$, adeoque Æquatio pro Ellipsi est $ayy = bax - bxx$, seu (div. per *a*) erit $yy = bx - \frac{bxx}{a}$, hoc est: *Quadratum Semiordinatæ = Rectangulo* (bx) *ex Parametro in Abscissam*, subtracto *Rectangulo* $(\frac{bxx}{a})$ *ex eadem Abscissa in quartam proportionalem* $(\frac{bx}{a})$ *ad Axem, Parametrum & Abscissam* (ob $a : b = x : \frac{bx}{a}$).

16. *Def.* 9. (*Fig* 16.) Si semiordinatæ ita applicentur, ut Parameter sit ad Axem transversum AB; sicut Quadratum semiordinatæ *of* est ad Rectangulum ex Abscissa (Af) in Summam Axis transversi & Abscissæ (BA + Af); Semiordinatarum vertices *o, o &c.* terminabunt curvam, quæ dicitur HYPERBOLA.

17. *Coroll.* Hinc in Hyperbola $b : a = yy : x \cdot (a + x) = yy : ax + xx$, adeoque Æquatio pro Hyperbola est $ay = bax + bxx$, seu (div. per *a*) erit $yy = bx + \frac{bxx}{a}$, hoc est: *Quadratum semiordinatæ = Rectangulo* (bx) *ex Parametro in Abscissam*, addito *Rectangulo, quod in Ellipsi* (§. 15.) *subtrahitur.*

18. Schol. *Parabola dicitur linea æqualitatis, quia in hac* $yy = bx$; *Ellipsis linea defectus, quia in hac* $yy = bx - \frac{bxx}{a}$; *Hyperbola linea excessus, quia in hac* $yy = bx + \frac{bxx}{a}$.

TA-

19. PARABOLÆ Æquatio est $yy = bx$.

20. *Coroll.* Igitur duabus harum trium quantitatum datis facile reperitur tertia: est nempe *Semiordinata* media proportionalis inter Parametrum & Abscissam; *Parameter* tertia proportionalis ad Abscissam & Semiordinatam; *Abscissa* denique est tertia proportionalis ad Parametrum & Semiordinatam.

21. THEOREMA I. *Quadrata Semiordinatarum sunt inter se, ut earum Abscissæ.* Fig. 3.

Dem. Sit semiordinata minor $of = y$, ejus Abscissa $= x$; semiord. major $OS = Y$, ejus Abscissa $= X$. Erit $yy = bx$, & $YY = bX$; unde $yy : YY = bx : bX$, hoc est $yy : YY = x : X$ (§. 91. *Ar.*)

22. *Coroll.* Si ad verticem axeos erigatur perpendicularis AE, ad hanc vero ducantur aliæ perpendiculares CF, DG &c. ex Parabolæ punctis F, G &c. sequitur (ob $AC = fF$, & $AD = fG$) fore $AC^2 : AD^2 = CF : DG$. Idem est de aliis Abscissis & semiord. extra Parabolam.

23. THEOREMA II. *Foci* (F) *a vertice distantia* (AF) $=$ *quartæ parti Parametri, seu* $\frac{1}{4}$ b.

Dem. (Fig. 4.) Quia semiordinata Fo, Foco F applicata $=$ dimidiæ Parametro, seu $\frac{1}{2}b$ (§. 7.) erit $\frac{1}{4}bb = bx$ (§. 19.) adeoque (div. per b) erit $\frac{1}{4}b = x = AF$.

24. *Coroll.* Invenitur ergo Focus Parabolæ, si in ejus axe AB accipiatur pars AF $=$ quartæ parti Parametri.

25. *Def.* 1. Si in axe ultra verticem continuato accipiatur AG $=$ AF $= \frac{1}{4}$ Parametri, erecta ad G indefinita perpendicularis DI dicitur *Directrix* Parabolæ.

26. THEOREMA III. *Recta* FO *ex Foco ad quodvis parabola punctum* O *ducta* $=$ *Abscissæ suæ* AS *& quartæ Parametri, seu* $= x + \frac{1}{4}b$.

Dem. Quia $AS = x$, $AF = \frac{1}{4}b$ (§. 23.) erit $FS = x - \frac{1}{4}b$. Est vero $FO^2 = SO^2 + FS^2 =$ (§. 116. *Elem.*) $= yy + xx - \frac{1}{2}bx + \frac{1}{16}bb$: & substituendo bx loco yy (§. 19.) erit $FO^2 = bx + xx - \frac{1}{2}bx + \frac{1}{16}bb = xx + \frac{1}{2}bx + \frac{1}{16}bb$. Unde extr. Rad. erit $FO = x + \frac{1}{4}b$.

27. *Coroll.* 1. Quia $FO = x + \frac{1}{4}b$, itemque $OD = SA + AG = x + \frac{1}{4}b$ (§. 23.) erit $OD = FO$.

28. *Coroll.* 2. (*Fig. 5.*) Describi itaque potest Parabola 1mo. juxta §. 12, si erecta ad ducti axis verticem perpendiculari FG, & assumpta $AP =$ datæ Parametro, describiturque super FG per P circulis, complures semiordinatæ inter Parametrum AP & Abscissam quamvis Af mediæ proportionales AI, AII, AIII &c. determinentur (§. 114. *Elem.*) & in axem transferantur, nempe $fI = AI$, $fII =$ AII &c. *IIdo.* ex hoc Theor. si (*Fig. 6.*) ad axem erigantur indefinitæ perpendiculares fo, fo &c. & ex determinato Foco F, intervallo $fG = Fo$. interfeces dictas perpendiculares in o, o &c. erunt enim puncta o, o &c. in Parabola (§. 26.) Hac ratione etiam motu continuo describi potest parabola, si juxta Directionem fimetur Regula DI; gnomoni vero DH in H affigatur filum, cujus longitudo $=$ gnomonis lateri DH, & alterum fili extremum figatur in Foco F: gnomone juxta Regulæ ID latus modo, stylus o, filum gnominis lateri DH adstringens, describet Parabolam. Erit namque semper $oD = Fo$ (§. 27.

29. *PROBLEMA I. Ducere Tangentem ad datum Parabolæ punctum* o. (*Fig. 7.*)

Res. Ex puncto dato o ducatur ad Directricem DI perpendicularis oD: inde ad Focum F ducatur DF & bisecetur in P, erit per P ducta oT Tangens, ita ut in solo puncto o cum Parabola communicet. Nam communicet *ex. gr.* in r; erit in hoc casu $mr = rF$ (§. 27.); Sed etiam (ob $PD = PF$, Po commune & angulos ad P rectos, utpote, bisecta basi $\triangle$ Isoscelis DoF) $rD = rF$; unde hypothenusa rD foret $=$ cathet mr, quod est impossibile; Ergo

30. *Def.* 2. Si ad punctum contactus o ducatur perpendicularis, seu Normalis No, recta fT, a Tangente To & Semiordinata fo intercepta dicitur *Subtangens*; Nf vero a Normali & Semiordinata intercepta *Subnormalis* appellatur.

31. THEOREMA IV. *Subnormalis* Nf *æquatur dimidiæ Parametro, seu* $\frac{1}{2}$ b.

Dem. Nam $fo = GD$, & (ob FD & No ad tangentem perpendiculares, adeoque inter se parallelas) $o = o$, ad G & f vero Recti, tertius $=$ tertio; ergo $\triangle GDF = \triangle fo N$; ergo $fN = GF$; Sed (§. 25, 25.) $GF = \frac{2}{4}b = \frac{1}{2}b$; ergo etiam $fN = \frac{1}{2}$ b.

32. *Coroll.* 1. Quia $Nf : fo = fo : fT$ (§. 114. *Elem.*) hoc est $\frac{1}{2}b : y = y : fT$, erit $fT = yy : \frac{1}{2}b$; Sed $yy = bx$ (§. 19.) ergo $fT = bx : \frac{1}{2}b = 2x$, id est: *Subtangens* fT *est dupla Abscissæ* Af. NB. Modus 2dus. ducendi Tang. si fiat $Tf = 2\,Af$.

33. Def. 3. (*Fig. 8.*) Si tangenti TM ducantur parallelæ PQ, PQ &c. hasque altera DI ex puncto contactus ducta & axi AB parallela, secet bifariam; DI Diameter parabolæ, rf vel fo semiordinatæ, Df Abscissæ ad Diametrum diecuntur.

34. *PROBLEMA II. Invenire aream spatii Parabolici* IGAol. Fig. 3.

Res. Multiplicetur maxima Ordinata oI per $\frac{2}{3}$ axeos AB. Sit $oI = 20$, $AB = 24$ *dig.* erit $IA\,oI = 20$. $8 = 160$ *dig. quadr. Demonstratio* dabitur.

35. *PROBLEMA III. Invenire solliditatem corporis Parabolici, seu* PARABOLOIDIS. *Fig.* 9.

Res. Circulus Baseos OR multiplicetur per dimidium axis AB. Sit area $OR = 423$ dig: quadr., $AB = 18$ dig., erit Paraboloïs $OAR = 423$. $9 = 3807$ dig. Cubicorum. *NB. Fig.* 10. *Spuncla Parabolica.*

TAB.

36. ELLIPSIS Æquatio eſt $yy = bx - \frac{bxx}{a}$, vel $ayy = abx - bxx$.

37. *Def.* 1. *(Fig. 11.) Axis conjugatus* dicitur linea, quæ per Ellipſis centrum tranſiens ad alterum axem eſt perpendicularis. Sic CD eſt axis conjugatus reſpectu axis *transverſi* AB; AB reſpectu CD. Eadem ratione IL & MN dicuntur diametri conjugatæ.

38. THEOREMA I. *Quadrata Semiordinatarum ſunt inter ſe, ut Rectangula ex Segmentis axeos. Dem.* Sit ſemiord. minor of $= y$, ejus Abſciſſa $= x$; Semiord. major OS $= Y$, ejus Abſciſſa $= X$. Erit $yy = bx - \frac{bxx}{a}$, & $YY = bX - \frac{bXX}{a}$ (§. 36.) Unde $yy : YY = bx - \frac{bxx}{a} : bX - \frac{bXX}{a}$; Conſequenter multiplicando ſecundam Rationem per a (§. 91. Ar.) erit $yy : YY = abx - bxx : abX - bXX$; eandemque per b dividendo, erit $yy : YY = ax - xx : aX - XX$, ſeu ut $x(a-x)$ ad $X(a-X)$ hoc eſt, $\overline{of}^2 : \overline{OS}^2 = Af . fB . AS . SB$. *Q. E. D.*

39. *Coroll.* 1. Quia etiam in Circulo $yy = ax - xx$, & $YY = aX - XX$, (§. 11.) adeoque $yy : YY = ax - xx : aX - XX$, ſequitur, Quadrata ſemi. in Ellipſi eſſe inter ſe, ut ſunt inter ſe Quadrata ſemi. in Circulo.

40. *Coroll.* 2. Quia $\overline{OS}^2 : AS . SB = \overline{CE}^2$, AE. EB, hoc eſt (ob AE $=$ EB) ut $\overline{CE}^2 : \overline{AE}^2$, patet, Quadratum cujuſvis Semiordinatæ eſſe ad Rectangulum ex ſegmentis axeos majoris; ut Quadratum ſemiaxis minoris eſt ad Quadratum ſemiaxis majoris, vel etiam: ut Quadratum axis minoris ad Quadratum axis majoris.

41. THEOR. II. *Axis conjugatus* CD *eſt media proportionalis inter axem majorem & Parametrum. Dem.* In hoc caſu Abſciſſa $x = AE = \frac{1}{2}a$. Hinc (§. 14.) $b : a = yy : \frac{1}{2}a . \frac{1}{2}a = yy : \frac{1}{4}aa$, proinde (§. 80. Ar.) $ayy = \frac{1}{4}aab$, (div. per a) erit $yy = \frac{1}{4}ab$, adeoque $y = CE = \sqrt{\frac{1}{4}ab} = \frac{1}{2}\sqrt{ab}$ (§. 71. *Ar. Schol.* 3.) Ergo CD $= 2$CE $= 2 . \frac{1}{2}\sqrt{ab} = \frac{2}{2}\sqrt{ab} = \sqrt{ab}$. Eſt vero $a : \sqrt{ab} : b$; ergo $a :$ CD $: b$. Q. E. D.

42. *Coroll.* Datis itaque duabus harum trium quantitatum facile reperitur tertia: eſt nempe Axis minor media proportionalis inter axem majorem & Parametrum: Parameter tertia proportionalis ad axem majorem & minorem: Axis major denique erit tertia proportionalis ad Parametrum & axem minorem.

43. *PROBLEMA I. Invenire EF, diſtantiam Foci F ab Ellipſis centro E.* Fig. 12. *Reſ.* Sit AF $= x$, erit EF $= \frac{1}{2}a - x$. Jam quia Semiordinata Foco applicata $= \frac{1}{2}b$ (§. 7.) erit $ayy = \frac{1}{4}abb = abx - bxx$ (§. 36.) & (div. per b) erit $\frac{1}{4}ab = ax - xx$. Hinc $xx - ax = -\frac{1}{4}ab$ (§. 114. Ar.) Jam complendo Quadratum (§. 125. *Ar.*) $xx - ax + \frac{1}{4}aa = \frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}ab$, proinde (extr. Rad.) erit $\frac{1}{2}a - x = \sqrt{(\frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}ab)} =$ EF.

44. *Coroll.* 1. Quia EF $= \frac{1}{2}a - x = \sqrt{(\frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}ab)}$, erit $\frac{1}{2}a - \sqrt{(\frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}ab)} = x =$ AF vel BF, id eſt, diſtantiæ Foci a Vertice.

45. *Coroll.* 2. Quia EF $= \sqrt{(\frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}ab)}$ & CE $= \sqrt{\frac{1}{4}ab}$ (§. 41.), erit $FC^2 = FE^2 + CE^2 = \frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}ab + \frac{1}{4}ab$ (§. 70. Ar.) hoc eſt $FC^2 = \frac{1}{4}aa$, adeoque FC $= \frac{1}{2}a$. Qui igitur FC $=$ fC (§. 57, Elem.), erit FC $+$ fC $= a$, hoc eſt, rectæ ex 2 focis ad extremum axis minoris (quin etiam ad quodvis Ellipſeos punctum H, G &c.) ductæ duæ ſimul, æquantur Axi majori.

46. *Coroll.* 3. Habemus inde modum facilem datis duobus axibus AB & CD determinandi Focos, ipſamque Ellipſim deſcribendi. Nempe ex axis minoris extremo C vel D, ſub radio $=$ dimidio axi majori, fiat interſectio in F & f, erunt hic Foci. Tum axe AB pro libitu ſecto *ex. gr.* in I, ſub ſegmentis AI & IB fiat ex Focis F & f interſectio in G & H &c. Quod ſi in Focis F & f clavis figatur filum $=$ AB, ſtylus L juxta id extenſum in gyrum ductus deſcribet Ellipſim; erit enim ſemper fL $+$ LF $=$ AB. Idem eſto de inſtrumento. *Fig.* 13.

47. *PROBLEMA II. Invenire aream. Ellipſis.* Fig. 14. *Reſ.* Inveniatur area circuli AEBF ſuper axe majore AB deſcripti, tum inferatur: *ut eſt ſemiaxis major* CE *ad ſemiaxem minorem* CD *ſic eſt area Circuli* AEBF *ad aream Ellipſis* ADBG.

Dem. Sint ſemiordinatæ circuli & quidem $ee = I$, CE $= U$; ſemiordinatæ vero Ellipſeos & quidem $ed = y$, CD $= u$, Erit $II : UU = yy : uu$ (§. 39.), proinde $I : U = y : u$ (§. 90. *Ar.*) ſeu $I : y = U : u$; quod cum de quibuſvis ſemiord. Circuli & Ellipſis verum ſit, erit ſumma omnium ſemiord. (id eſt, tota Area) Circuli ad Summam omnium ſemiord. (id eſt, ad totam Aream) Ellipſis, ſicut ſemiaxis major CE ad ſemiaxem minorem CD.

48. *PROBLEMA III. Invenire ſoliditatem corporis Ellipſoei ſeu SPHÆROIDIS.* *Reſ.* Inveniatur ſolidities Sphæræ, ſub Diametro axis majoris: tum inferatur: ut $III : uu$ (hoc eſt, ut *Quadratum ſemiaxis majoris eſt ad Quadratum ſemiaxis minoris*), *ita ſoliditas Sphæra eſt ad ſoliditatem Ellipſoei. Idem valet pro ſegmentis Sphæroidis. Dem.* pendet a §. 47 & a §. 193. *Elem.* NB. Fig. 15. *Speculum Ellipticum.*

TAB.

49. HYPERBOLÆ Æquatio est $yy = bx + \frac{bxx}{a}$, *vel* $ayy = abx + bxx$.

50. *Def.* 1. (*Fig.* 16.) AB & CD dicuntur *Axes Conjugati*. Primus, major, seu Transversus AB est conjugatus respectu minoris CD, & vicissim: E vero Centrum, ubi axis major & minor perpendiculariter se bisecant. Si axes conjugati sunt æquales, dicitur *Hyperbola æquilatera.*

51. *Def.* 2. Si tam in extremo A, quam B axeos, describatur Hyperbola, dicuntur *Hyperbolæ oppositæ.*

52. THEOREMA I. *Quadrata Semiordinatarum sunt inter se, ut Rectangula ex Abscissa sua in Summam Abscissæ & Axis Transversi.*

Demonstratio. Si loco signi — substituatur signum + eadem est, quæ in Ellipsi (§. 38.) in qua Quadrata Semiordinatarum sunt inter se ut Rectangula ex segmentis axeos, id est, ut Rectangula ex Abscissa sua in Differentiam Abscissæ & axis Transversi. Nempe erit $yy = bx + \frac{bxx}{a}$: a, & $YY = bX + \frac{bXX}{a}$: a; unde $yy : YY = bx + \frac{bxx}{a}$; $bX + \frac{bXX}{a}$; consequenter $yy : YY = abx + bxx : abX + bxx = ax + xx : aX + XX$, seu ut x $(a + x)$ ad X $(a + X)$, hoc est, $\overline{os}$: $\overline{OS}$ = A*s*. *s*B: AS. SB.

53. THEOR. II. *Axis minor* CD *est media proportionalis inter axem majorem & Parametrum.* Est hæc altera Hyperbolæ communisque cum Ellipsi proprietas (§. 41.)

54. *Coroll.* 1. Datis itaque duabus harum trium quantitatum inveniri potest tertia (§. 42.)

55. *Coroll.* 2. Quia inde axis minor = $\sqrt{ab}$, erit ejus Quadratum ad Quadratum axis majoris ut ab : aa, hoc est, ut b : a, videlicet ut Parameter ad axem majorem.

56. *Coroll.* 3. Et quia etiam $yy : ax + xx = b : a$ (§. 17.), erit quoque $yy : ax + xx = ab : aa$, hoc est, Quadratum Semiordinatæ est ad Rectangulum ex Abscissa in summam Abscissæ & axis majoris, ut Quadratum axis minoris est ad Quadratum axis majoris (§. 40.)

57. *PROBLEMA I. Invenire* EF, *distantiam Foci* F *ab Hyperbola centro* E.

Res. eadem est, quæ §. 43: modo signum — mutetur in +, prodibitque EF = $\sqrt{(\frac{1}{4}aa + \frac{1}{4}ab)}$

58. *Coroll.* 1. Et hinc distantia Foci a vertice, seu AF = $\sqrt{\frac{1}{4}aa + \frac{1}{4}ab} - \frac{1}{2}a$ (§. 44.)

59. *Coroll.* 2. Uti in Ellipsi linearum duarum ex focis ad idem Curvæ punctum ductarum Summa; ita in Hyperbola duarum ejusmodi linearum Differentia (*fo* — *Fo*) æqualis est axi majori.

60. *Coroll.* 3. Sic itaque describes Hyperbolam: Determinatis in axe AB utrinque producto Focis F & *f*, ex eorum uno *f*, apertura circini arbitraria, duc cis & trans axem, arcus I, II, III &c. eademque statim apertura ex vertice B intersecta axem in 1, 2, 3 &c. Porro assume aperturam, Summæ axis majoris & Abscissæ B1. B2 &c. æqualem, atque ex altero foco F prius ductos arcus I, II, &c intersecta: Linea per has intersectiones ducta erit Hyperbola; quæ sic etiam motu continuo describi potest.

61. *PROBLEMA II. Ducere tangentem Hyperbolæ* (& Ellipseos.) *Fig.* 16, 14.

Res. Abscinde *o*D = *o*F. Junge DF, eamque bisecta in P, erit TP*o* Tangens. Demonstratio est fere eadem, quæ §. 29. *NB. Speculum Hyperbolicum cum Elliptico* Fig. 15.

62. *Def.* 3. (*Fig.* 17.) Si per Hyperbolæ verticem A ducatur *cd*, axi conjugato CD parallela & æqualis, ita ut sit *d*A = DE = A*c* = EC; rectæ EL & EM ex centro E per *c* & *d* ductæ dicuntur Hyperbolæ *Asymptoti*, seu *non coincidentes.*

63. *Coroll.* Quia EA: A*c* = ES: *r*, & EA: A*d* (seu A*c*) = ES: SR (§. 111. Elem.) erit *Sr* = SR (§. 77. *Ar.*) Unde quia S = *So* (§. 4.) erit & OR = *or.*

64. THEOR. III. *Differentia Quadratorum* SO & SR = *Quadrato Semiaxis conjugati* DE.

Dem. Quia CD = $\sqrt{ab}$ (§. 55.) erit DE = A*d* = $\frac{1}{2}\sqrt{ab} = \sqrt{\frac{1}{4}ab}$; ES vero = EA + AS = $\frac{1}{2}a + x$. Jam vero EA: A*d* = ES: SR, hoc est, $\frac{1}{2}a : \sqrt{\frac{1}{4}ab} = \frac{1}{2}a + x$: SR; proinde $\frac{1}{4}aa : \frac{1}{4}ab = \frac{1}{4}aa + ax + xx$: SR² (§. 90. *Ar.*) Unde SR² = $(\frac{1}{16}aab + \frac{1}{4}aabx + \frac{1}{4}abxx) : \frac{1}{4}aa = \frac{1}{4}ab + bx + \frac{bxx}{a}$. Est vero SO² = $bx + \frac{bxx}{a}$ (§. 49.) Ergo SR². SO² = $\frac{1}{4}ab$ = DE². *Q. E. D.*

65. *Coroll.* 1. Quia igitur semper SR² — SO² = DE², nunquam fiet SR² — SO² = 0, adeoque lineæ EL, EM cum Hyperbola nunquam concurrent.

66. *Coroll.* 2. Sit SO = *y*, SR = *t*, erit OR = *t* — *y*, ast *Or* = *t* + *y*. Unde Rectangulum ex OR in *Or*, hoc est OR. *Or* = *tt* — *yy* = SR² — SO² = DE² (§. 64.) consequenter omnia Rectangula (OR. *Or*) Quadrato Semiaxis conjugati, adeoque eriam inter se æqualia sunt.

67. *Def.* 4. *Si ex vertice* A *linea Asymptoto* EL *ducatur parallela* AG, *alteri vero Asymptoto* EM *parallela* AH, *Quadratum de* AG *vel illi æquali* AH, *dicitur Potentia Hyperbolæ.*

68. *Def.* 1. Si circulus super recta CD revolvatur, donec punctum *o*, extremo C applicatum, absoluta circuli revolutione in D perveniat, punctum peripheriæ *o* describet Curvam CAD, quæ dicitur ROCHOIS, vel communius CYCLOIS.

69. *Coroll* 1. Describi itaque potest Cyclois, si Cylindri cujuspiam extimæ superficiei commissatur acicula, hicque super linea sensim revolvatur.

70 *Coroll* 2. CD, ceu basis, duobus puncti describendis *o* appulsibus in C & D determinata = Peripheriæ; CB = Semiperipheriæ Circuli genitoris: & in quocunque circuli genitoris situ recta CF = arcui Fo.

71. *Coroll.* 3. Si ducatur oR basi CD parallela, erit *of* = arcui *fA*. Nam arcus oE = CE (§. 70.) ergo arcus *om* = *fA* = EB = *nr*; Sed ob Sinus *on* & *fr* (utpote sinus arcuum æqualium *om* & *fA*) æquales, etiam *of* = *nr* (§. 114. Ar.); Ergo *of* = *fA*. Si itaque *of* = *y*, arcus *fA* = *x*, erit *y* = *x*, hoc est, in Cycloide Abscissa æquatur Semiordinatæ inter Cycloidem & arcum abscissum interjectæ.

72. *Def.* 2. EPICYCLOIS describitur, si circulus genitor non super linea recta, sed super peripheria alterius circuli volvatur: & quidem Epicyclois superior, si circulus super convexitate; inferior, si super concavitate alterius circuli rotetur.

73. Scholion. *Cum ope Cycloidis obtineantur linea recta, arcubus circularibus æquales, itemque Cycloidis Sectores & Segmenta quadrabilia sint, Cyclois* Rectificationi Curvarum *servit in Geometria. In Mechanica vero ostenditur* 1mo: Cycloidem esse lineam celerrimi lapsus, seu Brachystochronam, *id est* (Fig. 19.) *ex puncto dato A ad infimum B corpus velocius delabitur per Cycloidem, quam per quamcunque aliam lineam sive curvam, sive rectam, nisi hæc verticalis sit.* 2do: Cycloidem esse lineam Tautochronam, *id est, globus cadendo per Cycloidem eodem tempore perveniet ad infimum punctum B, sive ex altitudine majore A, sive ex minore C deferatur. Quamobrem* Oscillationes Pendulorum *intra duas Cycloides Peractæ, Isochronæ seu æquidiuturnæ sunt.* Isochronismum *hunc invenit & Horologiis applicuit* Hugenius, *in celeberrimo opusculo* De Horologio oscillatorio.

74. *Def.* 3. (*Fig.* 20.) Si linea AB (veluti axis) dividatur in partes quocunque æquales, & in divisionum punctis *f*, *f* &c. erigantur perpendiculariter lineæ continue Geometricæ proportionales *fo*, *fo* &c: vertices *o*, *o* terminabunt lineam curvam. quæ dicitur LOGISTICA, vel LOGARITHMICA.

75. *Coroll.* Igitur Abscissæ *Af*, *Af* &c. sunt Logarithmi Semiordinatarum *fo*, *fo* &c. (§. 124. Elem.) atque adeo usus præcipuus Logisticæ in ipsis Logarithmis est.

76. Scholion 1. *Cetera ejusmodi Curvæ*, uti Linea Sinuum, Tangentium, & Secantium. Quadratrix Dinostratis, Quadratrix Tschirnhausiana, Logistica Spiralis, Spiralis Archimedæa, *aliaque* (*quas, quia Æquatio earum naturam exhibens, proinde & Constructio, Curvæ Quadraturam requirit, non* Algebraicas, *sed* Transcendentes *vocant*) *plus ingenii, quam utilitatis habent.* Conchois *a Nicomede*, & Cissois *a Diocle, excogitatæ sunt ad inveniendas duas medias continue proportionales, & ex Nicomedis quidem Conchoide hoc modo:* (Fig. 21.) *Duæ datæ AB & BC jungantur ad angulum rectum, & compleatur Rectangulum ABCD. Bisecetur utraque in* metu. *Ex D per* m *ducatur DE in prolongatam BC; fiet EB = AD = BC. Ex* n *demittatur perpendicularis indefinita, eaque ex C secetur intervallo* Co = Am. *Ducatur* o *E, eique parallela CF, & demum recta* oG, *occurrens productæ BC ita, ut fiat FG = Co. Denique ex G per D in continuatam BA, agatur recta GH, erunt CG & AH quæsita duæ mediæ proportionales. Verum confer* § 121. Ar.

77. Scholion. 2. *Observa denique, Æquationem, naturam Curvæ exhibentem, & inde ipsam Curvam Algebraicam, dici* Curvam primi gradus, *vel* primi generis, *si Æquatio sit Quadratica;* secundi gradus *vel* generis, *si cubica, & sic deinceps. Sic quia* ex. gr, *Parabola Æquatio est* yy = bx, *Parabola est Curva primi gradus &c.*

ARCHITECTURA CIVILIS.

Tab. I. Arch. Civ. *Principia Generalia.*

1. *Def.* 1. ARCHITECTURA docet ædificii conſtruendi partes in mente chartaque deſignare, & operarum labores ad intentum ædificii finem dirigere.

2. *Def.* 2. Perfectio ædificii conſiſtit in ejusdem (1) *Firmitate* (2) *Utilitate* ſeu commoditate (3) *Elegantia*, quatenus hæc ſingula ad propoſitum finem, incolarum conditionem, diuturnum vel brevem ædificii uſum &c. conducunt.

3. *Coroll.* 1. Spectato itaque fine ædificii, qui Architecto ante oculos perpetuo verſari debet, prima Firmitatis ratio habenda eſt, ſine qua nec utilitas, nec elegantia perſiſtet; tum utilitas, ac demum elegantia cuſanda.

4. *Coroll.* 2. Eſt tamen ipſa quoque firmitas ſeu ſoliditas ad propoſitum ædificii finem & diuturnitatem conſtituenda; neque tumultuario, aut paucis ſolum menſibus, vel annis ſervituro operi ea tribuenda eſt, quæ alteri, cujus uſus longævus petitur. Idem eſto de utilitate & elegantia.

5. *Def.* 3. *Eurythmia* eſt apta ad intentum finem partium qualitas, ordo, & diſpoſitio, circumſtantiis rebusque ipſis conveniens.

6. *Coroll.* Hinc alia requiritur partium qualitas, ordo & diſpoſitio in ædificio magnifico, Templo, Regio, nobili, civico, œconomico, campeſtri &c. Sic ædificio magnifico portæ, feneſtræ, ſcalæ, conclavia &c. ampla conveniunt. Eurythmiæ cauſa vult Vitruvius Jovis, Fulminis, Cœli, Solis, Lunæ ſtatuas ſub Dio conſtitui: Minervæ, Marti, Herculi ſtructuras Dorici Ordinis; Floræ, Proſerpinæ, Nymphis Ordinis Corinthii; Junoni, Dianæ, Baccho Ordinis Jonici convenire. Pugnant cum Eurythmia profana ſacris mixta, Cœlitum icones vel ſtatuæ vanis confuſæ. & univerſim ornamenta ædificii fini non accomodata, hæc aut columnarum ſeries, ſine neceſſitate, nimiumque & ſine varietate multiplicata: Trigliphi columnis Jonicis, Denticuli Doricis &c. inſerti, cum Ordini cuivis ornamenta propria ſint, de quibus ſuo loco. Pugnat item cum Eurythmia, ſi partes ædificii ſuperiores magnitudine ſuperent humiliores, quibus tamen innituntur; ſi conclavia, ceteræve ædificii partes minus provide connexæ ſint, ut angulis & anfractibus, anguſtis ambulacris &c. domus laboret; ſi coronides ejusdem conclavis non ſint æque altæ, aut aliæ aliis prominentiores &c.

7. *Def.* 4. *Symmetria* eſt ſimilitudo, qua partes homologæ ædificii ſibi invicem eadem, heterologis vero competente proportione reſpondent.

8. *Coroll.* Hinc partes homologæ *ex. gr.* feneſtræ a domus janua in medio collocata utrinque æque diſtantes, portæ, parietes, ornamenta &c. ſibi dextrorſum & ſiniſtrorſum reſpondentia ejusdem magnitudinis & formæ eſſe debent.

9. Scholion. *Proportio, multipla, vel ſubmultipla partibus Architectura conveniens, eſt in numeris parvis,* 1 : 1, 1 : 2, 1 : 3, 1 : 4 *&c. vel* 2 : 3, 3 : 4, 4 : 5 *&c. vel denique* 3 : 5, 5 : 7, 7 : 9 *&c. propterea, quod ejusmodi Rationes oculo ſtatim obviæ, animum quoque magis afficiant: quod & in Muſica harmonia ſentimus, & in Corporis humani fabrica Omniſcius Architectus, in Templo vero Hierosolymitano Salomon præſtitit, uti paſſim obſervant Auctores.*

10. *Def.* 5. *Acribia* eſt membrorum in Architectura occurrentium exacta elaboratio, qua neglecta tum ædificii perfectio (§. 2.) tum ſpectatoris oculus læditur.

11. *Coroll.* Nihil itaque in ædificio præcipitandum eſt.

12. Scholion. *Templum Salomonis princeps opus eſt, quodque Architectura totius exemplar eſſe poſſit a* P. Villalpando *noſtro* (Explan. Viſion. Ezech.) *exhibitum, & (ut Goldmanni & Sturmii verbis utar) ſtupendo labore illuſtratum. Gracia æque ac Roma ex Templi hujus fabrica Architectura ſua ornamenta deſumſiſſe, non immerito putatur. Ex ſcriptoribus antiquis unus ſupereſt* Vitruvius, *a* Ci. Perault *commentario illuſtratus. Multis poſt hanc ſæculis Italiæ Romanis ruderibus Architecturam reſtituere adniſi ſunt, quos inter præcipui ſunt* Bramantes, Michaël Angelus, Palladius, Serlius, Scamozzius, Barozzius de Vignola, *cujus* de quinque Columnarum ordinibus *opus a* Davilerio *Gallico, & inde a* Sturmio *vernaculo noſtro ſermone datum ac commentationibus auctum in hoc Architecturæ genere præprimis commendatur.* Blondelli Cours d' Architecture *Architecturæ theſaurus a Sturmio dicitur.* Goldmannus (vollſtändige Anweiſung zur Civil-Baukunſt) *Architecturam in Diſciplinæ formam redigere conatus eſt.* Pentheri Civil-Baukunſt *præclarus uſus eſt. In Tignaria artis principiis primas fert* Schübleri Zimmermanns-Kunſt.

13. *OB-*

13. *OBSERVATIO I.* Materies ædificii ante structuræ initium in promtu sit oportet.

14. *OBSERVATIO II.* Materies ædificii debet esse ejusmodi, quæ & ab injuriis aëris & ab incendii periculis id quam optime tueatur.

15. *Coroll.* 1. Igitur lignum & quodvis aliud incendio obnoxium, *quoad licet*, ab ædificio abesse debent.

16. *Coroll.* 2. Muri & fornices laquearibus vel parietibus ligno munitis vel subductis præferuntur; ingens vero illa ligni copia, quæ intra ædium turriumque tecta passim reperitur, merito culpatur.

17. *OBSERVATIO III.* Materies præcipua ædificii sunt I. Lignum II. Lapides III. Calx & Arena.

DE LIGNO.

18. De Lignorum in ædificiis adhiberi solitorum specie & probitate hæc compendio habe ex Vitruvii *L. II. c.* 9. Belidori *Science des Ingenieurs L. IV. c.* 1. & Penthero, *in Lexico Archit. voce* Bau-Holz, aliisque.

Quercus (Eich-Baum) etiam intra terram perdurat, sub aqua vero durior redditur; situm tamen fere perpendicularem requirit; in horizontali enim, nisi validis fulcris sustentetur, finditur, aut proprio pondere omnino frangitur, idque eo magis, quo annosior est. Servit itaque postibus, fulcris perpendicularibus, columnis &c. præprimis vero sublicis pontium (Bruck-Pfählen) aut Fundamenti (Grund-Pfählen). Quercus nigra seu rubra albæ præponitur.

Larix (Lerch-Baum) præ ceteris fere & universim commendanda. Durat, cariem aut vermes, putredinem vix admittit, nisi diu concluso humore & aëre suffocetur.

Pinus (Föhren, vulgo Färchen) rubra albæ præfertur; idem esto de Pinu sylvestri, (wilde Förchen, Kieffer, Kien-Holz). Durat, & structuræ tectorum, fenestrarum crucibus, postibus &c. apprime apta est.

Picea (Fichten-Baum, Feichten) in Austria superiore, non item inferiore obvia, bonitate proximum a Pinu locum habet. Post hanc - - - -

Abies (Tanne-Holz) rubra præ alba est. Tectorum fulcris inclinatis, pavimentisque servit, quod ceteris minus ponderosum sit, longum præterea rectumque.

Alnus (Eller- vel Erle-Baum) in locis udosis & intra aquam immutata persistere, & immania pondera sustinere fertur.

19. *OBSERVATIO I.* Lignum quo siccius, eo aptius est ædificio.

20. *Coroll.* 1. Hinc ex enumeratis speciebus illæ nihilominus arbores præferendæ sunt, quæ in montibus, solo arido, pettoso, arenoso; item Septentrioni potius aut Meridiei, quam Occidenti opposito, & demum in termino potius, quam medio silvæ nascuntur.

21. *Coroll.* 2. Arbores cædi debent, dum minimum succi habent, hoc est, ab Autumno ineunte usque ad dimidium Februarii, & tum etiam tempore sicco potius, quam humido. Nempe sub Autumni initium arbor inferne tantum usque ad medulam inciditur, resectis etiam, qua licet, ramis, tum succo sensim destillante, post unius alteriusve mensis spatium jam siccior multo reddita, penitus succiditur. Cæsa, cortice & alburno (Spint) velut primo vermium pabulo, resectis, loco sicco contra pluvias æque ac Solis ardorem tecto munita, neque humum contingens duobus minimum annis conservetur, antequam ædificii pars evadat, præcipue si januis, fenestris, valvis &c. utpote aeris injuriis magis expositis destinatur.

22. Scholion 1. *Ut advertas, diune jam an recens secta arbor sit, quove solo nata, extremo arboris olei olivarum aliquantum calefacti affunde. Quo citius magisque oleum imbiberit, eo siccius meliusque, atque bono solo & tempore, nec recens sectum lignum est. Ut vero noris, an nuspiam interne vitiosum sit, malleo unum ejus externum percuti facito, alteri extremo aurem applica: sonus clarus boni; obscurus vel streperus vitiosi ligni indicium est. Ætas quoque arboris ex numero circulorum fere concentricorum, in ima arboris resecta parte apparentium, quam proxime decerni potest,*

23. Scholion 2. *Cum vix obtineri possit, ut omne in ædificio adhibendum lignum optimæ speciei sit, id curetur minimum, ut trabes majores, præcipue quibus alia, aut gravius onus innititur, probæ notæ, & siccæ sint. Lignum enim vitiosum majus, citius perit, quam minus, majusque procul dubio ædificio & crumenæ damnum infert. Præterea lignum non bene exsiccatum nec humori (ne putrescat) nec æstuanti Soli (ne findatur) objici debet.*

DE

DE LAPIDIBUS.

24. Lapides ſunt vel *Nativi*, *ſeu Foſſiles*; vel *Factitii*. Inter Nativos - -
Marmor firmiſſimam procul dubio ædificio materiam præbet, ſed pretioſam. Idem eſt de *Alabaſtro*, quod tamen humore vitiatur.
Calcarii lapides, in ſpecie ſic dicti (Kalck-Steine) a quibus abraſus pulvis farinam imitatur, firmitate gaudent, nec humorem attrahunt. Ex his *Tophus* durior (der härtere Tuf-Stein) mortario tenaciſſime jungitur ob ſuam poroſitatem, nec murum gravem reddit.
Arenoſi lapides (Sand-Steine) humoris & ſalis nitri vim non ferunt. *Schiſti* (Schiefer-Stein) tabulæ tectis, non muris ducendis applicari poſſunt. *Ardeſia tegularis*, Dach-Schiefer dicitur.
Cementa (Bruch-Steine) informe ſaxorum genus, vel potius fragmina, adhiberi cum emolumento poſſunt (1) ſi non procul advehi debeant, (2) ſi fragmina non ſint nimis parva vel informia, ut latera difficulter jungantur, aut multum mortarii abſumant interſtitia.

25. *OBS. I.* Univerſim boni ſunt ii lapides, qui diebus aliquot aqua merſi rurſumque extracti pondere non augentur, facile ſiccantur, nec tempore humido vel frigido ſudant: menſibus aliquot, præcipue hibernis, aëri expoſiti non diſſolvuntur; nec diſſiliunt igni injecti; nec malleo ictu in lamellos ſeparantur.

26. *Coroll.* Hinc ſilices, & alii ejusmodi, præcipue e fluviis eruti lapides, humorem facile recipientes, ſternendis ſolum areis, plateis &c. non vero muris conſtruendis conveniunt.

27. *OBS. II.* Uti lignum, ita lapides nonniſi probe exſiccati, & ante anni minimum intervallum e lapicidina eruti in ædificium aſſumantur: & ſi informes valde ſint, aliquatenus aptentur.

28. *Def.* Si lapides foſſiles majoris mollis efformati ſint in figuram Quadratam, Quaderſtein; ſi in parallelepipedam Werckſtücke appellantur.

29. *Factitii* lapides ſunt *Lateres* (Ziegel) iique vel ſolis, vel furni igne toſti; hi illis meliores, ſerviunt ducendis muris, ſternendis cavædiis, & ambulacris; tectis vero *Tegula* (Dach-Ziegel) & *Imbrices* (hohle Dach-Ziegel) cavis ſemicylindris ſimiles. Tegulæ & imbrices vitrò obducti (glaſierte) durabiliores.

30. *OBS. III.* Lateres & Tegulæ bonæ ſunt, ſi aeri proprimis hiberno expoſitæ non corrumpantur, aut frangantur; & malleo tentatæ altum ſonent.

DE CALCE, ARENA ET MORTARIO
(Mörtel, Mälter)

31. *OBS. I.* CALX bona eſt candida, levis, ſonora, dum malleo tentatur; nec in pulveres recidens ſua ſponte: in extinctione valde ſtrepit; multum aquæ requirit, & copioſum fumum edit; receptaculi lateribus tenacius adhæret.

32. Scholion. *Calx extincta, profunda foſſa immiſſa & fabulo contecta, multis annis conſervatur melior-que redditur.*

33. *OBS. II.* ARENA bona eſt, ſi intra digitos confricta ſtridat, album linteum non inquinet, nec aquam, cui immittitur, nimis turbidam reddat; id enim ſignum eſt, eam a mollioribus terreis partibus ſatis liberam eſſe.

34. *Coroll.* 1. Hinc, ceteris paribus, arena fluviatilis plerumque præferenda eſt foſſitiæ.

35. *Coroll.* 2. Arena foſſitia aëris injuriis diu expoſita eſſe non debet; ſecus namque in partes nimium ſubtiles, mollioresque reſolvitur.

36. *OBS. III.* MORTARII compoſitio requirit debitam calcis & arenæ miſcendæ proportionem, quæ a calcis bonitate pendet. Communiter $\frac{1}{7}$ calcis, $\frac{2}{7}$ arenæ accipiuntur. In calce cum arena probe ſubigenda maximum probi mortarii momentum eſt. Ceterum mortarium bonum eſt, ſi immiſſæ trullæ (Maurer-Kelle) ita adhæreſcat, ut neque nimium, neque nihil ſui relinquat, dum ex trulla demittitur. Illud nota, pro exſtruendis muris mortarium ex arena craſſiore, per cribrum tamen prius acta; pro trullizatione vero, ſive tectorio opere (Tünche) ex arena ſubtiliore componi debere. Tab.

37. *Def.* 1. Partes integrantes ædificii sunt: *Fundamentum* in imo, in medio *Muri*, *Tectum* in summo.

38. *Coroll.* Cum igitur Tectum Muris, ambo vero a Fundamento sustententur, in Murorum, ac Fundamenti præprimis firmitate neque curæ, neque sumtibus parcendum est.

39. *Def.* 2. *Fundamentum* Vitruvio proprie dicitur solum ipsum, cui ima muri pars, seu murus fundamentalis innititur: Murus fundamentalis vero appellatur *Substructio*.

40. *Axioma.* Substructio Fundamento solido inniti debet.

41. *Coroll.* Hinc effosa ad plurium pedum profunditatem humo, interrogatis etiam loci illius peritis, consideratis vicinarum ædium muris &c. soli constitutio investiganda est.

42. *OBS. I.* Solum est vel *I.* Saxosum seu rupeum. *II.* Siccum & firmum. *III.* Molle & cedens. *IV.* Palustre aut aquosum. *V.* in ipsa aqua.

43. I *Saxosum vel rupeum solum* princeps est cuivis moli sustinendæ, modo ne molli humo distincta, & ampliore intervallo interrupta rupes sit; tum enim vel ejecta illa rupis parte, vel peculiari substructione succurri debet. Substructio vero ita constituenda est, ut rupi undique arctissime sit conjuncta (*Fig.* 1.) Alii *Murum Fusilem* adhibent: nempe (*Fig.* 2.) mortarium lapidibus, pugni magnitudinem æquantibus, probe commiscent: in Fundamento ex commissis asseribus alveum quodammodo construunt: huic dictum mortarium, post unius alteriusve diei intervallum, quantum sat est, exsiccatum immittunt, fistucisque gravioribus consolidant. Tum muro hoc fusili probe jam siccato & consistente asseres tollunt.

44. II. *Siccum & firmum solum* dico, per quod instrumenta effodiendæ humo servientia non nisi magna vi adhibita penetrant, & retrahuntur: vel in quod impacta grandior arbor vix quidquam tremoris infert aquæ in vicino vase contentæ, aut lapillis tympano impositis.

45. III. *Molli & cedenti solo* Substructio non continue committi debet, verum craticula (Rost *Fig.* 3.) opus est, e lignis quercinis compacta, cujus areæ *m*, *m* &c. murato opere replentur, huicque fundamento Substructio demum imponitur: id tamen curando, ut lapidum junctura lignis vicinæ non mortario, lignis obstuturo, sed argilla oppleantur. Transversis trabibus AC & BD firmior redditur craticula. Quidam, in humidiore præprimis solo, eos quasi canales, quibus trabes insunt, saxis grandioribus *r*, *r*, tegunt, quo putrefacta etiam lignea craticula, ædificii firmitati consulant.

46. IV. *Palustre aut aquosum solum* craticulam, quercinis vel alneis, prius ambustis, & si lubet, oleo etiam aut resina illis, & inferne cuspide, superne annulo ferreo armatis palis (Piloten, Pfähle *Fig.* 4.) firmatam requirit. Scilicet exhausta prius aqua vel alio deducta, tum intra, tum circa craticulam fistuca adiguntur pali *o*, *o*, *o*, &c. & subinde ferra ad æqualem altitudinem resecantur: palorum intervalla saxis, silicibus, carbonibus, arena &c. replentur. Crassities palorum assumitur ferè 1. pedis; longitudinem vero & numerum eorundem ipsa soli qualitas & obtinenda firmitas facile definit.

47. V. *In ipsa aqua* collocando ædificio similis craticula, vel plures ejusmodi sibi superimpositæ & palis firmatæ serviunt. Muratam vero in aqua substructionem facturi palos quatuor, vel si opus sit, plures defigunt, utrinque crena instructos, quibus crenis postea asseres, ad fundum pertingentes, immittunt (*Fig.* 5.) Huic cistæ sic compactæ & aquam eminenti, duorum pedum intervallo aliam circumdant, priori similem, spatiumque interjectum argilla, & lapidibus probe consolidatis replent, quo aquæ affluxus omnino prohibeatur. Spatium EG ab aqua subinde antliis, vel syphonibus exhaustum & repurgatum, ducendo muro locum satis siccum dabit. Substructio vero quoad fieri potest, ex sectis saxis, subscudibus (Klammern, Klampfen) & competente glatine (Kitte) nexis fieri debet. Alios intra aquam struendi modos affert Belidor (*Science des Ingen. L. III. c.* 9.)

PRO-

48. *PROBLEMA* I. *Determinare profunditatem Fundamenti.*

Reſ. Inveſtigata ſoli qualitate eligatur ea (eſto duorum duntaxat vel trium pedum) profunditas, qua ſolum firmius incipit; neque putandum eſt, majorem profunditatem majus ædificio robur conciliare, præcipue ſi id amplius ſit & grave. Nam (ut de rupeo nihil dicamus) vel bonum ſiccumque ſolum eſt, vel cedens aut paluſtre? Si primum: etiam 2 vel 3 pedum profunditas cuicunque moli ſuſtinendæ par erit, ipſa eaque multiplici experientia teſte; neque contrarium ullatenus evincit ratio illa, communiter afferri ſolita, quod nempe etiam in ſicco firmoque ſolo inferiores partes, utpote magis compreſſæ, firmiores ſint: pluribus namque rationibus hæc diluitur. Si mole cedens, aut paluſtre ſolum eſt, aliunde ſuccurri poteſt & debet; non igitur inanes ſumtus faciendi ſunt.

49. Scholion. *Patet, profundius Fundamentum conſtituendum eſſe, ſi cella ſubterraneæ, vinariæ &c. fieri debeant.*

50. *Def.* 3. Muri ſunt vel ex coctis, vel ex foſſitiis lapidibus. Optimi procul dubio ſunt ex ſecto grandique ſaxo conſtructi, & vel mortario, vel ferreis vinculis, vel plumbo interfuſo (quod utrumque in Gothicis operibus factum videmus) coagmentati. Verum ætas hæc tantos ſumtus horret. Lateritius murus cæmentitio multo melior, excipe tamen Subſtructionem (§. 24.)

51. *OBS. II.* Ad obtinendam firmitatem, & Eurythmiam muri ad perpendiculum extruendi ſunt, ita tamen, ut in ſingulis ædium contignationibus eorundem craſſities ſeu latitudo minuatur, cum utique ſuperiores muri minus pondus quam inferiores ſuſtinere, neque inferiores noxio onere incaſſum premi debeant.

52. Scholion. *Hæc murorum imminutio fit a quibusdam in parte murorum tam interiore, quam exteriore; a nonnullis in parte tantum interiore; ab aliis denique in parte tantum exteriore. Primo & ultimo modo murorum ac proinde ædificii ſoliditati maxime conſultum videtur; neque intuentium oculos offendet paucorum digitorum decrementum, quod ſingulis contignationibus reſpondet, ſive hæc imminutio fiat ſenſim & decremento continuo* (ut in Fig. 6.) *ſive fiat gradatim,* (ut in Fig. 7.) *ſingulaque retractiones Plintho vel Coronice* (Geſimſe) *tegantur: modus ultimus interna ædium Symmetria præterea conducit. Secundo vero modo utens adverſos muros anchoris* (Schlüſſen) *vel ferreis piceatis, vel quercinis, aut oleagineis uſtulatis & a calcis arroſione* (§. 45. III.) *defenſis vincire debet. Quanquam quocunque etiam ex his modo muri eleventur, anchoris muros conjungentibus carere ædificium vix poteſt, iisque pro murorum magnitudine ſolidis.*

53. *PROBLEMA II. Determinare in pedibus & digitis murorum præcipuorum latitudinem.*

Reſ. Etſi univerſim ob diverſiſſimos ædificiorum fines certum quiddam definiri vix poſſit, hæc tamen quam proxime, a ſummo deorſum, pro diverſa contignationum altitudine proportio ex Penthero & aliis videtur ſtatuenda:

Si altitudo contignationis unius ſit pedum	*Ex muro lateritio*				*Ex cæmentitio vel mixto*			
	9,10,11,12		13,14,15,16		9,10,11,12		13,14,15,16	
Craſſities, ſeu Latitudo in ſuprema contignatione, ceu I	2ped.	0dig.	2ped.	3dig.	2ped.	3dig.	2ped.	6dig.
in proxime inferriore, ceu II	2	3	2	6	2	7	2	10
III	2	6	3	0	3	0	3	4
IV	3	0	3	6	3	6	4	0
V	3	6	4	0	4	0	5	0

NB. Et in hujus, & in ſeq. Problematis Reſolutione augenda potius, quam minuenda eſt Latitudo, præcipue in Turribus &c.

54 *PROBLEMA III. Determinare imam ſubſtructionis latitudinem.*

Reſ. Aſſumatur, quod ſuſtinendo muro lateritio 20 pedes alto par & ſecura ſubſtructio ſit, quæ 8 digitis ſuperat latitudinem muri, ſubſtructioni immediate imponendi. Hinc pro quavis muri imponendi altitudine (*ex. gr.* 60. *ped.*) definietur Subſtructionis latitudo, dicendo: $20 : 8 = 60 : x$ ſeu 24 digitos, quibus muri eidem imponendi latitudinem ſuperare debet latitudo ima Subſtructionis.

55. I. Scholion. *Reſolutio hæc nititur tum experientia, tum Theoria Mechanico-Geometrica, quam vide in* Belidor Science des Ingen. L. I. *Ceterum uti muri, ita murorum Subſtructio ſurſum in latitudine minuenda eſt, & quidem modo primo* (§. 51, 52.)

56. Scholion. 2. *In ædificiis amplis, & oneroſis Subſtructio etiam anteridibus ſeu erismatibus* A. A (Streb-pfeiler) *firmatur* (Fig. 8.)

TAB.

57. *Def.* 1. *Laquear*, *Lacunar* (Decke, Ober-Boden) vel conſtat fornice, vel eſt planum.

58. *Def.* 2. *Fornix* (Tonne-Gewölbe) eſt ſegmentum Cylindri cavi, duobus duntaxat muris utrinque innixum (*Fig.* 9.) Si unum latus A ſit altero BC multo brevius, *Cornu bovis* (Ochſen-Horn, *Fig.* 10.) dicunt.

59. *Def.* 3. *Teſtudo* (Creuz-Gewölbe *Fig.* 11.), duobus fornicibus transverſim concurrentibus conſtat: quamvis Figuræ IImæ proprio vocabulo Kloſter- vel Walm-Gewölbe, & ſi oblongior ſit, Mulden-Gewölbe appelletur: ſi vero in medio in figuram quamlibet planam coëat, Spiegel-Gewölbe audit (*Fig.* 13.)

60. *Def.* 4. *Tholus* (Keſſel- vel Kugel-Gewölbe, Kuppel) eſt hemiſphærium cavum.

61. *Def.* 5. Fornix una ſua parte cylindro AB inſiſtens (Spindel-Gewölbe) exhibetur *Fig.* 14. & 15; fornix pendens *Fig.* 16; fornix rectus ein flaches Gewölbe) *Fig.* 17.

62. *Def.* 6. Arcus, ſub quo tenditur fornix, eſt vel Semicirculus (*Fig.* 18.) vel ſemicirculo minor (*Fig.* 19.) vel eſt arcus quaſi ſuperne compreſſus (ein gedruckter Bogen *Fig.* 20) vel demum componitur duobus arcubus in vertice ſibi occurrentibus, diciturque arcus vel *fornix Gothicus*, aut etiam *Dorſum aſini* (ein Gothiſcher Bogen, ein Eſels-Rücken, *Fig.* 21.) Sunt quoque fornices & arcus Elliptici, Parabolici &c.

63. *OBSERVATIO.* Arcus, proinde fornix ex lapidibus cuneorum formam imitantibus componitur, quorum plana verſus arcus centrum diriguntur; vel minimum omnis arcus, etiam ex coctis lateribus conſtructus, velut ſimilibus cuneis conſtans ſpectari poteſt. Ab horum lapidum cuneiformium combinatione & conjunctione fornicis firmitas pendet, & ruina. Jam vero conſtat ex Mechanica, Cuneum anguli acutioris facilius diſſociare, ac dividere partes connexas, quam cuneum anguli obtuſioris; igitur & fornix acutioribus cuneis conſtans amplius premitur, premitque in ſubjectum fulcrum (Widerlage) quam fornix ex obtuſioribus cuneis compoſitus. De cunei autem angulo judicium fit ex longitudine linearum *ac* & *bc* ad arcus tangentes perpendicularium, prout infra vel ſupra fulcri altitudinem concurrentium.

64. *Coroll.* Hinc fornix Gothicus, Hyperbolicus, Parabolicus minus firmum fulcrum requirunt, quam Semicircularis: hic minus firmum, quam reliqui.

65. Scholion. *Artem nativos lapides pro conſtruendis fornicibus ſecandi poſt* RR. PP. Derand & Dechales *peculiari opere complexus eſt* Deſargues, *& noviſſime* Frezier.

66. *Def.* 7. Supremus lapis *ab*, quo arcus quaſi completur, & clauditur, antonomaſtice *Cuneus*, vel etiam *Clavis*, Schluß-Stein appellatur.

67. *PROBLEMA I. Determinare probatiores Regulas pro fornicum conſtructione.*

Reſ. De Potentia, qua ſubjectum fulcrum premit fornix, deque fulcri craſſitie determinanda agit fuſe *Cel. Belidor* in opere jam ſæpe laudato *L. II.* demonſtrationibus ex Mechanica petitis Regulas ſuas muniens, & improbans communem practicam Regulam, quam pro determinanda fulcri craſſitie paſſim afferunt, nempe hanc: (*Fig.* 22.) *Arcus interior ABCD fornicis, cujusvis ſpeciei, dividatur in* 3 *partes in B, C. Ex C ducatur chorda CD & prolongetur, donec fiat DE = CD: ex ſtu perpendiculares DF & HE dabunt fulcri craſſitiem.* Nam 1*mo*: hæc Regula certe non attingit fornicis craſſitiem, eandemque definit fulcri latitudinem, ſeu craſſities fornicis ſit *Al*, ſeu *Am*, 2*do*: non ſpectat altitudinem fulcri; extra dubium tamen eſt, (*Fig.* 23.) eadem potentiam directione *ab* prementem a fulcro C ſuſtentatum iri, fulcrum D vero, licet ejuſdem cum C craſſitiei, everſurum. Unde hæ videntur obſervandæ Regulæ:

68. I. (*Fig.* 22.) Arcus, cujus amplitudo AD eſt 6 vel pauciorum pedum, in craſſitudine D*n* minimum $\frac{1}{2}$ pedis eſſe debet: ſi vero amplitudo AD ſit inter 6 & 24 pedes, fiat D*n* = $\frac{1}{12}$ AD. Attamen in pontium, cryptarum præſidiariarum &c. arcu-

augenda; in Gothicis, Hyperbolicis, Parabolicis minuenda aliquantum eſt.

69 II. In Fornicibus (Tonnen-Gewölbe) ſemicircularibus fulcri craſſities D H. dupla eſſe debet craſſitiei fornicis D*n*, ſi ſimul fulcri altitudo DF æquetur radio GD: ſi vero altitudo fulcri ſit radii dupla, fulcrum fere 1; ſi tripla, fere 2 &c. pedibus, ſupradicta dimenſione craſſius fieri debet, niſi Gothica forma, aut materies fornicis & Fundamenti firmitas eximia ſit; tum enim etiam dimidii pedis augmentum ſufficiet: quod idem de Teſtudinibus intelligendum eſt, cum earum onus a pluribus ſimul fulcris ſuſtineatur: itemque de fulcro, quod arcus utrinque poſitos gerit, atque de ſubterraneis concamerationibus, quarum fulcra terræ aut ſaxorum ambientium mole continentur.
In arcubus ſemicirculo minoribus tantuplo fere craſſius fulcrum requiritur, quantuplo major eſt arcûs radius *rr*, quam ſemicirculi fulcro inſiſtentis radius G*r*.

70. III. Arcus vel fornices recti (*Fig.* 17.) perſtare quidem poſſunt, ſi arcus amplitudo AB ſit 6, 7, 8 pedum; (unde ſuper feneſtris, portis &c. ſaxorum ſectorum loco, uſui ſunt) in majori vero arcus amplitudine lapſui certe obnoxii ſunt, niſi cunei exactiſſime ſectorum lapidum quaſi crenis quibusdam aut retinaculis *d*, *d*, *d*, inſtructi ſint.

71. IV. Si fornicis medio (in lateribus enim id inconſulto fit) vel ipſi fornicis fulcro murus, aut quodvis majus onus imponendum eſt, tam fulcrorum, quam ipſius fornicis craſſitudo augenda eſt, pro imponendi oneris diverſitate.

72. *PROBLEMA II. Fornicem conſtruere.*

Reſ. Juxta dimenſiones, quas fornix conſtituendus habere debet, fiant ex aſſeribus arcus aliquot directores (Lehr-Bögen *Fig.* 24.) & ſuper fulcris erigantur, ac firmiter colligentur, ita tamen ut iis ſubjiciantur cunei, (Zwickel) qui murato fornice poſthac ſubſidente tolli poſſint. Arcubus his inter ſe non admodum diſtantibus ſuperne aſſeres affigantur, fornicis ſtruendi formam referentes: his fornix ex ſectis vel coctis lapidibus ſuperſtruatur.

73. Scholion (*Fig.* 25.) *Fornix* A *e ferreo retinaculo* B *pendens, eadem methodo conſtrui poteſt. Fornicis lignei conſtructio patet facile ex dictis.*

74. *LACUNAR Planum, Contignatio, Tabulatum* (Dibel-Boden) componitur ex horizontali ſerie trabium oppoſitis muris innixa. Trabes hæ vel ponuntur contiguæ, vel interjecto inter ſingulas 1, 2, vel 3 pedum intervallo, prout onus lacunari fortaſſe imponendum, ipſa item trabium longitudo & ſoliditas major minorve fuerit.

75 *OBS.* I. *Si ob lacunaris latitudinem longitudo tignorum extraordinaria requiratur, tigna in medio vel ex ferrea anchora ſuſpendi, vel duplicari, vel fulcris a latere applicatis juvari debent.*

76. *OBS. II.* Si trabes quadratæ non ſint, ſecundum altius latus erectæ (auf der hohen Kante) collocentur.

77. *OBS. III.* Ne ex tignorum pars, quæ muro committitur, præmature putreſcat, amburi vel axungia obliniri debet, vel limo cincta a calce defendi.

78. *OBS. IV.* Trabibus contigue poſitis tectorium, interjectis tamen arundinibus, immediate ſuperinduci poteſt; non contiguæ vero trabes prius aſſeribus contegi (Verſchallet) & tum demum trulliſatio peragi ſolet.

79. *OBS. V.* Area lacunaris figuris variis, gipſato opere (Stuccatur-Arbeit) ornatur, vel etiam picturis in udo inductis (Freſco-Mahlerey).

80. *OBS. VI.* Qua Lacunar a muro vel paricte abit, Coronis (Geſimſe) & quandoque ſupra hanc concavitas, fornicem æmulans, formatur.

81. *OBS. VII.* Lacunaria cubilium, quæ hieme calefiunt, ſuperne congeſtitio rudere (Schütte, zerworffenen Eſtrich) contegi ſolent ad calorem amplius fovendum: tum aſſeribus ſtrata, pavimentum dant ſuperioris contignationis conclavibus.

82. I. Cavendum, ne lapides foſſitii, qui coagmentandæ interiori parti muri fortaſſe adhibentur, nimis parvi, molles, ab adhærente terra non repurgati, aut recens e lapicidina eruti, nimiumque anguloſi ſint. Attendendum hic etiam quam maxime murariis: uti etiam, an cavitates inter majores ejusmodi irregulares lapides interceptas lapidibus minoribus, mortario probe conjunctis, expleant: an parietem juxta horizontalem æque ac perpendicularem directionem perducant, mortarioque non nimis ſicco, aut ex adverſo non nimis fluido utantur.

83. II. Tum cocti, tum ſecti lapides ita ſibi imponendi ſunt, ut inferioris ſeriei junctura *r*, *r*, *r*, a ſuperiore ſerie tegantur (*Fig.* 26.)

84. III. Tum cocti, tum nativi lapides humectandi ſunt, antequam mortario copulentur quod eo amplius curandum eſt, dum muro veteri novus jungitur; quo caſu etiam ex veteri muro quaſi dentes quidam prominere debent (Verzahnen) quibus recentis muri lapides innectantur.

85. IV. Non ſolum ſubſtructionis, ſed quorumvis murorum firmitati multum conſulitur, ſi eorum ambitus ad Libellam, veluti per ſtrata eaque ex eodem lapidum genere compoſita, undique æquabiliter aſſurgat, neque una eorum pars in altum educatur, altera in imo relicta. Æquabilis hæc murorum elevatio efficiet, ut etiam æquabiliter ſubſidant, rimiſque non facile pateant.

86. V. Anguli murorum firmiſſime conſtruendi ſunt, quod in eos amborum murorum preſſio agat. Unde in his maxime ſectorum lapidum & anchorarum uſus eſt. Cava etiam ædificiorum, ut ſunt portæ, feneſtræ &c. ab angulis, qua licet, removenda ſunt.

87. VI. Meridiem verſus, qua & Solis æſtui, & humori Auſtri pluviisque maxime obnoxium eſt ædificium, muri etiam præcipua cura ſtruendi ſunt; inde enim plerumque ædes primam ruinam minantur.

88. VII. Solidum ſolido, cavum cavo in ſtructuris reſpondeat, id eſt, muri, pilæ, columnæ &c. non januis, feneſtris, aliiſque aperturis, ſed muro ſolido inſiſtant: cava vero cavis, id eſt, feneſtræ, januæ &c. ſuperiorum contignationum, feneſtris, januis &c. inferiorum innitantur. Muri quoque inter duarum contignationum cava intermedii (præterquam quod dimidiam duntaxat murorum ſolidorum ſeu pilarum (Pfeiler) craſſitudinem habere debeant) ſubleventur interpoſito ſuper apertura fornice, vel ducta anchora, ſaxove grandiore duroque ſuppoſito, quod ſuperliminare (Sturz) dicunt; vel tota apertura ſaxo ſecto incluſa.

89. VIII. Muri tum in- tum exterius incruſtari (tectorio induci, trulliſari, Vertünchen) debent: exterius quidem ſubtiliore mortario (excipe tamen, ſi quæ forte primi terram eminentis muri vel alia ædificii pars ſtudioſe ſecto ſaxo, ad modum Operis Ruſtici veterum facta ſit, vel etiam ad ejus imitationem ex craſſiore mortario formata) interius vero gypſo, deinceps demum dealbandi. De trulliſatione hac obſerva. I. Tectorium non eſt inducendum, niſi muro plene exſiccato; alioqui hoc, utpote aperto aëri expoſitum, citiuſque, quam interiora muri ſiccatum, rimas aget & avelletur. II. Tectorium non ſimul totum, ſed, ut loquitur Vitruvius, per diverſa coria inducendum eſt, ita nimirum ut ſtrato uno jam inducto & ſiccato ſuperinducatur ſecundum, huic tertium & demum Gypſum, poſtea naviter poliendum. III. Calx tectorio ſervitura multo ante tempore macerata, & bene lenta ac glutinoſa eſſe debet. Proſunt etiam bovini pili calci admixti. IV. Si pariesligneus (Holz-Wand, Riegel-Wand) trulliſandus eſt, lignum prius luto obducendum, tum cannis arundineis veſtiendum eſt, & demum trulliſatio dicto ſupra modo peragenda.

90. IX. Et ædificii firmitati & incolarum ſecuritati atque incendii periculo conſulitur, ſi infimæ contignationis lacunaria, culina &c. arcuata (gewölbet) ſint.

91. X. Intergeria, ſeu parietes intergerini (Scheide-Mauer) pro diverſa ſua altitudine, partis, quam ab alia in ædificio diſtinguunt, fine, atque oneris incumbentis ratione majorem minoremve ſoliditatem requirunt. Si intergeria fiant lignea (Scheide-Wände) præprimis curandum eſt, ut lignum plene ſiccum adhibeatur; tum etiam ne a vicina forſan fornace flammæ concipiendæ occaſio præbeatur.

92. I. *OBS.* Tectum nec æquo gravius ſit, ne inferiora opera nimium premat: nec juſto levius, cum finis tecti etiam ſit, ut conveniente onere ſubjectæ ſtructuræ partes colliget. Tecti porro preſſio æqualis undique ſit oportet.

93. *II.* Interior tecti amplitudo ſemper ædificii fini accommodata, nunquam nimis anguſta ſit, neque tignorum copia ultra neceſſitatem repleta, tum ad ſumtus, tum ad incendia evitanda.

94. *III.* Sit juſtæ & æquabilis declivitatis, ut nives pluviaſque undique facile demittat, neque tamen nimia altitudine ſuſtinendæ turbinum vi impar reddatur.

95. *IV.* Qua muris inferne inſiſtit, pro diverſa ædificii altitudine plus minuſve (cubiti fere latitudine) ultra eos promineat.

96. *V.* Tecto ſubducuntur *Compluvia* (Dach-Rinnen) vel lignea vel metallica, quæ collectum ſtillicidium ſubinde ad aliquot a muris pedum intervallum ejiciant. Fit id quoque ope aliorum canalium, varie formatorum, compluviis ad angulum rectum inſertorum; vel melius ope tuborum lamineorum ipſis muris a ſummo deorſum contigue applicatorum, per quos, in imo aliquantum a muro reflexos, aqua in ſubjectum latius cavumque ſaxum devolvatur. In ædificiis nobilibus compluvia intra Simam (Rinn-Leiſte) veluti ſupremam Coronidis, qua muri coronantur, partem; tubi vero, qua licet, occultari vel ad Eurythmiæ leges convenienter diſponi ſolent.

97. *Deff.* Tectum ex una ſolum parte declive dicitur Vitruvio *Delicîatum*, quibusdam *pluteus*, ein Taſchen- vel Pult-Dach; utrinque declive, *diſpluviatum*, vel *pectinatum*, Sattel- vel Gibel-Dach; ex omnibus 4 partibus verſus faſtigium (Förſt, AB, *Fig.* 27.) concurrentibus declive, *teſtudinatum*, Zelt- Walm- vel Holländiſch-Dach. Sunt quoque in ædificiis nobilibus, turribus &c. tecta hemiſphærica, pyramidalia, diverſimode arcuata.

98. *Deff. Teutonicum vetus* tectum altitudinem latitudini æqualem habet (*Fig.* 28.) *Teutonicum novum* in faſtigio A facit angulum rectum, adeoque in ſemicirculo exiſtit, habetque altitudinem = ½ Latdni (*Fig.* 29.) *Gallicum vetus* eſt △ æquilaterum (*Fig.* 30.) *Gallicum novum* ſeu interruptum (ein gebrochenes Dach) ſemicirculus quadrifariam vel potius in 6 partes ſectus definit (*Fig.* 31. & 34.) *Italici* altitudo = ¼ latitudinis fere (*Fig.* 32.) Demum ſat nota ſunt tecta ſuperne plana, ſeu ambulacra ſubdialia, Altanen.

99. Interior tecti contignatio (Dachſtuhl) tignorumque variæ connexorum nomina exhibentur *Figg.* præcipue 33. & 34.

100. Schol. 1. *Tecto Teutonico novo procul dubio poſtponendum eſt vetus, itemque Gallicum vetus per §§. 92, 93, 94, quin & Gallicum novum, in quo faciendi in ligna ſumtus & incendii pericula facile ſuperant illud commodum, quod inferior ejuſmodi tecti pars habitationi aptari poſſit.*

101. Schol. 2. *Tectum teſtudinatum præferendum eſt pectinato, tum ob decorem, tum ob majorem firmitatem, a 4 mutuo partibus conciliatam, ipſoſque etiam ſumtus minores, minuſque, interjecto nempe intervallo, a vicina domus flammis periculum. Pluteus minima firmitatis eſt. Columina perpendicularia tectum firmius, quam inclinata; hæc tamen plus ſpatii præbent. Tecta majora interpoſitis muris* (Feuer-Mauer) *adverſus flammarum vim præmuniuntur.*

102. *Def. Frontiſpicia* (*Frontons*) ſunt ſpecies tecti Italici, in quibus altitudo ad latitudinem eſſe debet ut 1 : 4. vel 2 : 9. Applicantur partibus murorum vel intro recedentibus, vel foras porrectis, feneſtris, januis &c. *Vid. Fig.* 62. Frontiſpicii angulis quandoque *acroteria* (Bilder-Stühle) cum ſtatuis imponuntur.

103. Exterior tecti materies arundinea, ſtraminea, aut e ſcandulis conſtans, etſi uſum ſuum habeat, qua tamen poteſt, vitanda eſt ob incendia. Tectum metallicum ſumtuoſum eſt, & plumbeum quidem præterea oneroſum, & in incendio liquatum, ædibus hominibuſque funeſtum: Laminas ferreas ſtanno obductas (Eiſen-Blech) tectum declivius, vel inductus color oleoſus a rubigine tuetur: Laminæ æneæ ævum perdurant. Ardeſia facile frangitur; tegulæ imbricatæ ſeu imbrices boni, ſed graves ſunt; hamatæ, leviores paſſimque in uſu (Hohl-, Kehl-Förſt-, Schluß-Ziegel.)

104. *OBS. I.* Locus conſtituendi ædificii puro aëre ſit, tum ad incolarum valetudinem, tum ad rerum ſervandarum integritatem tuendam.

105. *Coroll.* 1. Hinc loca elevatiora, minus nebuloſa, plagas temperatas reſpicientia, a paludibus remota, eligenda ſunt.

106. *Coroll. II.* Urbes & oppida ſolum frumenti, aquæ, ligni ferax habeant, & ſi liceat, flumine etiam navigabili non deſtitutum.

107. Scholion. *Bona & ſufficientis aquæ (etiam in culinam, piſtrinam &c. fortaſſe deducendæ) cura in ædificio quovis inter primas eſto. Examen aquæ multiplex eſt: tenuetur coctione, aut leni evaporatione, bona parum vel nihil ſedimenti in fundo vaſis relinquet: piſa bene coquet &c.*

108. *OBS. II.* Lux cuivis ædificii parti competens eſto.

109. *Coroll.* 1. Igitur porticus altiores, feneſtris lucem intercipientes, ædibus præſtruendæ non ſunt: cavenda item loca aliis, præcipue altis ædificiis cincta.

110. *Coroll.* 2. Nec conclavia inductis atris coloribus, lucem abſorbentibus, obſcuranda ſunt; niſi alioqui lumen abundet.

111. *Coroll.* 2. Frons ædium Meridiem ſpectet, vel viam publicam; poſticis vero ædificii partibus interjecta una vel plures ſubdiales areæ lucem aperiant. Scalis præcipue & culinæ lux ne deſit.

112. *Coroll.* 4. FENESTRÆ Quadrangulæ præferendæ ſunt æque-altis & -latis cujuſvis alterius figuræ. Excipe Templa, oecos (Säle) aliaſque magnificas ſtructuras, in quibus feneſtræ alioqui amplæ, arcus varioſque ornatus recipiunt.

113. *Coroll.* 5. Ea fere ſit Feneſtræ altitudo, ut in medio conclavis conſiſtens cœlum videas; latitudo altitudinis dimidia (vel etiam 2: 3, vel 1: 3.) ſemper tamen tuta, ut duobus facile ſit per eam proſpectus. Ceterum feneſtras conclavium januis, *Maniana* vero feneſtram (*Balcon*-Fenſter M, *Fig.* 62.) portæ domus æqualem Eurythmia commendat. Subterranearum cellarum (*Abajours*) G, H, I, L, & feneſtræ dimidiatæ (*Mezanines*) F, F, latitudinem ceterarum domus feneſtrarum ſervant; altitudinem vero latitudini æqualem, plerumque minorem nanciſcuntur. Idem eſt de Oculis Bovinis ſeu circularibus, ſeu Ellipticis, ſi infra tectum muro; ſi vero ipſi tecto inſerantur (P, P) uti ceteræ tecti feneſtræ (Dach- vel Kap-Fenſter / *Lucarnes*) non ſolo lumine, ſed tota ſua latitudine r r, aliarum feneſtrarum latitudinem æquant, altitudinem autem duplam habent (Fenth. P. II. 4. 693. ſeqq.)

114. *Coroll.* 6. Muri laterales cum feneſtris (niſi per ſe amplis) ſub angulo obtuſo concurrant, ut eo minus lucis intercipiant. Eandem ob cauſam vitra majora, minus plumbi requirentia, eligantur. *Conf.* 4. 88.

115. Scholion. *Firmitatis ratio poſtulat, ut murus inter duas feneſtras medius* (Schafft, Pfeiler) *minimum* 4; *ſi feneſtræ amplæ ſint*, 5, 6, 7 *pedes æquet: commoditas id præterea, ut feneſtræ elevatio* (Das Fenſter-Bänckein) 3 *pedes non ſuperet, & pro faciliore aquæ deſluxu aliquantum declivis ſuperne formetur.*

116. *OBS. III.* Forma, ſive figura ædificii commoda, finique intento apta ſit.

117. *Coroll.* Hinc Figura Circularis, multitudinis-capaciſſima, Templis (quanquam iis etiam oblonga Rectangula, qualis eſt Templi noſtri Academici, conveniat) & Amphitheatris, *his etiam* Elliptica; Semicircularis ſedi Spectatorum in Theatris; Polygona munitis oppidis, *hortenſibus aut venatoriis* ædiculis, turribus &c. propria quidem eſt, nequaquam tamen conſuetis habitaculis tribuenda ob difficilem tum lucis, tum conclavium diſtributionem. Triangularem vero Figuram utraque Architectura reſpuit. Reſtat itaque una Figura Quadrangula, & inter has præcipua Quadrata, tum Rectangula, cujus latitudo ad Longitudinem juſtam rationem habeat, nempe 2: 3, 3: 4, 3: 5, 4: 5. Eadem intellige de Figura conclavium, e quibus minimum præcipua, Rectangula ſint oportet, etſi ædificium ipſum obliquangulum habere fortaſſe cogaris.

118. *OBS. IV.* Diſpoſitio ſingularum partium ædificii commoda, incolarum conditioni, numero, negotiis, opificio &c. ipſiuſque ædificii & cujuſvis partis fini accommodata ſit.

in ædificiis ſpectanda, ubi & de Feneſtris, Januis, Scalis &c.

119. *Coroll.* 1. Hinc conclave quodvis conſtituendum eſt loco, rebus ibidem ſervandis vel agendis apto. Sic cubile, muſeum, & bibliotheca a turbis ac ſtrepitu remota, Orienti vel Septentrioni, non humido Auſtro obverſa ſint. Granaria quoque & cellæ vinariæ a ſole meridiano averſa dictas plagas; olearia ex adverſo Meridiem aſpiciant. In Nobilium ædibus infima contignatio, famulitio, culinis, cellis penuariis, ſtabulis &c. deſtinetur; proxime ſuperior (*Bel-Etage*) illuſtris poſſeſſoris habitationi. Multum huc facit, ut conclavia, quorum uſus connexus eſt, inter ſe communicent, *ex. gr.* conſervatorium ligni, triclinium, coquina, diſpenſa, piſtrina, cubile, Bibliotheca & Muſeum; in publicis Magiſtratuum ædibus conclavia in eodem officio vel negotio laborantium &c. &c. De urbium conſtitutione, oppidorum item & pagorum differetur.

120. *Coroll.* 2. Contignatio eadem in eodem ſit plano. Altitudo contignationis minima in lumine, ut ajunt (im Lichte) eſt 9 pedum; paſſim uſitata 12; in Nobilium domibus etiam 16 & amplius pedum. Juſto enim major altitudo calefactioni obe; juſto minor, valetudini. Oecorum uti figura, ita dimenſiones ceteræ variæ ſunt, neque raro eorum altitudo duabus contignationibus continetur.

121. *OBS. V.* JANUÆ cómmodum tranſitum aperiant.

122. *Coroll.* 1. Sint igitur figuræ Parallelogrammæ Rectangulæ: altitudine minima 7 (ſuperante nempe juſtam viri altitudinem) maxima 10 pedum, latitudine altitudinis dimidia (§. 113.) Porta domus, utpote oneribus &c. inferendis ſerviens, conclavium januis major fiat (§. 5.) Portæ illuſtris ædificii ſuperne arcuanda, in imo lapidibus terminis (Radeſtößer) muniendæ, currum ingreſſui minimum 8 pedum latitudinem, ſub dupla altitudine, concedant, niſi *ex. gr.* ob plateæ angustias latiorem aditum currus requirant.

123. *Coroll.* 2. Conclave duas januas habeat, hæque adjacentium conclavium januis recta ſerie reſpondeant. Limine inferiore, pedum offendiculo, careant.

124. *Coroll.* 3. Januæ $3\frac{1}{2}$ pede latiores duabus valvis claudantur, gedoppelte Thür-Flügel.

125. *OBS. VI.* SCALÆ commodum & ſecurum aſcenſum præbeant.

126. *Coroll.* 1. Hinc graduum altitudo non ſit minor 5, nec major 8 digitis; latitudo 1 pedem ſuperet; longitudo minimum 3; in nobilium ædibus 7, 8, 9 pedes æquet. Ex quo ſimul apparet, quomodo ſpatium ſcalæ tribuendum & numerus graduum (tota nempe Scalæ conſtituendæ altitudine per digitos uni gradui competentes diviſa) inveniatur.

127. *Coroll.* 2. Scala primaria, ædes intrantium conſpectui offeratur, & ab imo ad ſupremam contignationem continuetur, ita tamen ut graduum ſeriebus majora plana Rectangula (Ruhe-Plätze) interponantur. aſcendentibus quieſcendi ſpatium, delabentibus ſubſidium allatura (Conf. §. 111.) Clathris, aliiſve etiam retinaculis aſcenſus & deſcenſus juvatur.

128. *Coroll.* 3. Scalæ primariæ Rectilineæ ſint; ceteræ, item occultæ Cochlidia (*Fig.* 15.) eſſe poſſunt.

129. Scholion. *Scalæ Lapideæ fiant, minimum primariæ præcipue, ob periculum in caſu incendii. Subdialium gradus aliquantum declives ſint ad promovendum pluviæ deſluxum.*

130. *OBS. VII.* FORNACIS & CAMINI eſt frigus arcere abſque fumo, & ligni diſpendio.

131. *Coroll.* 1. Ligno parſurus fornacem camino præligat: neque hunc tamen neque illam feneſtris interponat, aut directe opponat.

132. *Coroll.* 2. In caminis proportio latitudinis ad altitudinem ſit, in parvis quidem conclavibus 3: 3, in magnis 4: 3, 5: 4, in Oecis 7: 5. Profunditas vero 2 pedum. Concavitas Parabolica, lamina ferrea veſtita, optima eſt. *V. Daviler Tab. 61-66.*

133. *Coroll.* 3. Fornacem inter & parietem atque pavimentum ſit intervallum. Fornaces, quæ intra cubile calefiunt (unde & Camini) plus valetudini commodant. Neque diſplicet canalis per fornacis baſim ductus cum aere externo & conclavis communicans.

134. *OBS. VIII.* FUMARIA (Rauchfänge, Schornſteine) fumum facile admittant & dimittant.

135. *Coroll.* Eorum cavitatis latitudo ſit inter 15 & 20 dig. Idem uni, non 3 vel 4 ſimul focis ſerviat. Intra tectum concurrere poſſunt; modo deinceps eorum apex ultra ſui & vicinorum tectorum faſtigia emineat. Laterna & varii canales contra ventum fiunt.

136. *Loca ſecreta*, in ædificii angulos rejicienda, ſuperne ſpiracula complura, inferne fluentem, vel pluvialem eo derivatam aquam, qua licet, habeant, & arcta obturacula.

137. *Def.* 1. *Columna* est fulcrum perpendiculariter erectum rotundum; Pila quadrangulare vel polygonum. Si pars earum muro immersa sit, columna vel pila *parietina* cognominatur, Wand-Saule, Wand-Pfeiler, *antæ*. Pila arcum sustentans, dicitur *parastata*.

138. Schol. *Quæ de Columnis deinceps dicentur, de Pilarum quoque rectilineis membris intellige.*

139. *OBS. I.* Crassitudo columnæ oneri ferendo accommodari debet (§. 54.)

140. *OBS. II.* Inferiores partes crassiores esse debent superioribus (§. 51.)

141. *OBS. III.* Omnia & singula membra Columnam componentia aptam inter se proportionem habere debent, pro qua determinanda Architecti tum VV. tum RR. velut communem mensuram assumsere, aliqui quidem Diametrum columnæ, plerique Semidiametrum, quæ tamen (ob Columnæ, ut dicetur, diminutionem) in ima ejus parte accipi debet. Semidiameter *MODULUS* appellatur, & jam in 12, jam in 18 partes divisus sumitur.

142. *Def.* 2. Columna tota partibus 3, harumque quævis 3 aliis constat. Est nempe (Tab. IV.)

III. TRABEATIO, das Gebälke, *GK.*
- 3. *Coronis*, der Kranz, *iK.*
- 2. *Zophorus*, der Borten, Friese, *bi.*
- 1. *Epistylium*, seu *Architrabs*, der Unterbalken, *Gb.*

II. COLUMNA, die Saule, *DG.*
- 3. *Capitulum*, der Knauf das Capital, *fG.*
- 2. *Truncus* seu *Scapus*, der Stamm, Schaft, *ef.*
- 1. *Basis*, seu *Pes*, der Saulenfuß, *De.*

I. STYLOBATA, der Saulenstuhl, Piedestal, *AD.*
- 3. *Coronis*, vel *Coronix*, der Deckel, *cD.*
- 2. *Truncus*, der Würfel, *bc.*
- 1. *Basis* seu *Pes Stylobatæ*, der Fuß des Saulenstuls, *Ab.*

143. Scholion. *Partes hæ Columnæ essentiales dici quidem solent; attamen non raro, in Frontispiciorum præsertim ornatu, collocantur columnæ Stylobatis carentes: & vicissim non minus raro Stylobatæ Columnarum loco statuas &c. ferunt.*

144. *Def.* 3. Partes nunc dictæ componuntur e diversis *MEMBRIS* (Glieder) quorum alia sunt *plana*, alia *convexa*, alia *concava*, alia *concavo-convexa*. *Figg. Tab. III.*

	differunt magnitudine,	& Loco, quem in Columna occupant.
PLANA	*Regula*, 1 *vel* 2 p. Riemlein *Tænia*, 3 ad 6 p. Band.	*Supercilium*, Uberschläge, terminat Coronides, Capitulum, Epistylium, Zophorum.
CONVEXA	*Corona*, Kranz-Leisten, L. *Astragalus*, Stab, B. *Torus*, Pfuhl, *Superior* C. *inf.* seu *maj.* D *Echinus*, Wulst, Kropfleiste, F	*Fascia*, Streifen, est membrum epistylii. *Abacus*, die Platte, in Capitulo. *Hypotrachelium*, der Hals, in Capit. & Stylobata *Limbus*, Saum, *superior* seu *cincta*, *infer.* Untersaum. } in Scapo.
CONCAVA	*Trochilus*, *Scotia*, Einziehung, E *Cymatium Doricum*, Hohlleiste, Hohl-Kehle. G. *Apographe*: *Superior*, der Ablauf; *Inferior*, der Anlauf; } *Fig.* 35.	*Plintus*, die Tafel. *Quadra*, Grund-Stein, imum Stylobatæ membrum.
CONCAVO-CONVEXA	*Cymatium Lesbium*, Kehlleiste, rectum vel *inversum* H. *Sima*, Rinnleiste, recta, vel inversa. Sturzrinne, I.	

145. *Def.* 4. *Annulus* dicitur Astragalus circularis, cinctæ impositus; quanquam & alias astragali, quin & regulæ circulares, annuli appellentur, Rinken.

146. *Def.* 5. *Ephora*, Aus-Lauf, est dimidia membri longitudo, seu distantia, qua extremitas membri a Columnæ axe distat.

147. *Def.* 6. *Projectura* vel *Projectio*, Vorsprung, Anwachsung, Vorstechung, est excessus longitudinis, qua unum membrum aliud, vel ejusdem membri pars alteram excedit. Projectura, membri altitudinem ne superet, excepta projectura Coronæ.

148.

148. *PROBLEMA* I. *Delineare Trochilum* E.

Ref. Si projectura $= \frac{1}{3}$, ſuper $\frac{1}{3}$ erige □ *ae*; ſuper $\frac{1}{3}$ vero □ *bd*. Tum ex *c* & *d* deſcribe arcus ſibi occurrentes. Si projectura $= \frac{1}{4}$, ſuper $\frac{1}{4}$ fac □ *ae* &c.

149. *PROBL. II. Delineare Cymatium Lesbium* H, *& Simam* I.

Ref. Biſecta ductam cæcam *tr* (in Sima *ru*), & fac 2 Δ Δ æquilatera *rso* & *tsu*, ex quorum verticibus deſcribes arcus ſibi occurrentes.

150. Scholion. *Reliquorum membrorum deſcriptio perficitur arcubus circularibus, quorum centrum in praxi ex ipſa Membri altitudine & Projectura facile determinatur, ut ex Figg. patet.*

151. *OBS. IV.* In Membrorum horum diſpoſitione proportio & variatio oculum delectet.

152. *Coroll.* 1. Hinc ſemper membrorum horum majus aliquod in quavis Columnæ parte adeſſe debet, cui minora veluti famulentur: ut Corona in coronide, Faſciæ in epiſtylio &c.

153. *Coroll.* 2. Altitudo quoque Membrorum variare debet. Sic membrum minus, quod majori tegendo & quaſi coronando ſervit, ſubjecti majoris altitudinem ad ſummum ſubduplam, minimum ſubtriplam habeat: Regula Aſtragalo, hic Echino impoſitus, infrapoſiti partem ſubquadruplam æquare, non tamen ſubtriplam ſuperare debet &c. quæ amplius ex Ordinum expoſitione patebunt.

154. *Def.* 7. ORNAMENTA ipſorum Membrorum alia ſunt *ſignificativa*, alia *arbitraria*. *Significativa* ipſius ædificii finem, veluti ſymbola, indicant, uti ſi templum Cherubinis, Figuris e Veteri Novoque Teſtamento petitis, aut Religionis, aliarumve Virtutum ſymbolis: Aula Academica Scientiarum artiumque ſignis aut inſtrumentis: Regia Coronarum, Laurorum, Sceptrorum ſe decuſſantium &c. imaginibus: Armamentarium armis, ſcutis, trophæis, machinis bellicis decoretur: quibus iisdem ſignis & rerum ab eo geſtarum, ac expugnatarum urbium typis, Herois cujuspiam palatium exornari poterit. Ejuſmodi tamen majora ornamenta velut proprium ceteriſque ampliorem Columnæ locum, Zophorum ſibi vendicant. *Arbitraria* ornamenta ſunt *Flores*, *Folia*, *Ova*, *Encarpi*, (Frucht-Schnüre, *feſtons*) aliaque, quorum quædam Antiquis uſitata membriſque ſingulis propria exhibentur *Tab. IV. Figg. B, V, D, E* (chalcographi errore inverſa) *F, G, H, I, L.*

155. *OBS. V.* Ornamenta hæc cum delectu adhibenda ſunt, & loco, parteque conveniente.

156. *Coroll.* 1. Hinc membra, quorum amœna ſimplicitas aptuſque cum aliis nexus, præ omni ornatu eſt, quæque aliis diſtinguendis ſerviunt, ut ſunt minora membra plana, vix ornantur, niſi in Templorum aris, in quibus omnia membra, exceptis tamen Regulis, decorari poſſunt. *Conf.* §. 173.

157. *Coroll.* 2. In membris minoribus & concavis ornamenta fiunt prominentia (*Reliefs*) plus minuſve, prout major, minorve fuerit membri magnitudo, & diſtantia ab oculo Spectatoris: in majoribus vero & convexis aut concavo-convexis ornamenta a membri ſuperficie introrſum cælantur, ne eorum craſſities nimium augeatur: Zophorus ſculpturam ſimam (halb erhobene Arbeit) requirit.

158. *OBS. VI.* Neque membra, neque ornamenta nimium multiplicanda ſunt, ne ornatuum profuſio & confuſio pulcrum illud & delectæ proportionis gratiam tollat. 2*do*: Neque membra neque ornamenta ſimilia, aut omnino æqualia, ſibi immediate ſuccedant, ſed dirimantur diſſimilibus, rotunda nempe membra per plana, majora per minora. Duobus membris ornatis unum non ornatum interponatur, aut ſi duo ornata ſibi contigua ſint, ornamenta ſaltem differant. 3*tio*: Univerſim curandum, ne una *ex. gr.* Frontiſpicii pars membrorum ornatu abundet, altera egeat.

159. *Def.* 8. *Fig.* 37. exhibetur *Voluta Ionica*, limacem vel Cornu Ammonis referens; in cujus medio poſitus circulus AB *Oculus Voluta* dicitur.

160. *PROBL. III. Ducere Volutam Ionicam methodo Goldmanniana.*

Ref. Tota Volutæ altitudo ſit 16 partium Moduli, ita ut duæ ejuſmodi partes Oculo AB tribuantur; 8 vero ſint ſupra, 6 infra Oculum. 2*do*: Biſecentur ſemidiametri CA & CB in 1 & 4. 3*tio*: Super linea 1, 4, erigatur □ 1, 2, 3, 4. 4*to*: Ducantur C, 2 & C, 3. 5*to*: Dividatur latus 1, 4, in 6 partes æquales in punctis 5, 9, 12, 8, tantque rurſum alia 2 □□, 5, 6, 7, 8, & 9. 10, 11, 12. 6*to*: Conſtructo ſic Fundamento ex puncto 1, radio 1, D, ducatur Quadrans D, 1; ex 2, radio 2, 1, Quadrans 1, 2; ex 3 radio 3, 2 &c. *Pro interioris Voluta Fundamento* fiat 1*mo*. DE $= \frac{1}{8}$ AB, itemque ſemilatus Quadrati interni punctati maximi $= \frac{1}{8}$ C, 1. 2*do*. Latus hoc interni □ inventum rurſum (uti ante latus Quadrati externi) dividatur in 6 partes æquales, ſuperque iis erigantur Quadrata, ceteraque, ut cum Quadratis externis, peragantur.

161. *Def.* 1. Ordo Architectonicus dicitur fulcrum ex Stylobata, Columna, & Trabeatione, apta varianteque porportione conſtitutis, compoſitum.

162. *Def.* 2. Ordines Architectonici a diverſa membrorum *TAB. VIII.* enumeratorum conſtitutione, nexu, & dimenſione, diverſi habentur.

163. Schol. *Olim tres*, Doricus *nempe*, Ionicus & Corinthius (*e Templo Salomonis fortaſſe depromtus*) *numerabantur in Græcia*; *Roma illius victrix & æmula duos addidit*, *alterum* Thuſcanum *dictum*, *Dorico humiliorem*; *ex Jonico & Corinthio* compoſitum *alterum*, *attamen Corinthio etiam inferiorem*, *qui inde* Compoſitus, *vel* Romanus *appellatur*. *Pulcherrimam hanc architectandi rationem*, *Gothorum barbaries interruptam e veteribus ruinis*, *Deorum fanis*, *Auguſtorum Coloſſis*, *porticibus &c. nix tribus abhinc ſæculis reſtituerunt §. 12 citati Auctores*; *e quibus tamen* Barozzium de Vignola *pra ceteris ducem ſequemur*.

164. *OBS.* 1. Moduli, proinde quarumvis partium quantitas, ab Ordinis totius altitudine pendet.

165. Reg. I. Vignolæ, omnibus ordinibus communis: *Data altitudo*, *quam Ordo totus habere debet*, *dividatur in 19 partes æquales* (Figg. Tab. IV.) *ex his 19 partibus*, *4 Stylobatæ*, *12 Columnæ*: *3 Trabeationi dentur*. *Si Columnæ Stylobatam dare non libeat*, *tota altitudo dividatur in 5 partes æquales*, *quarum 4 Columnæ*, *unam Trabeatio nanciſcatur*.

166. Reg. II. *Columnæ* Tuſca 14; Dorica 16; Jonica 18; Corinthia & Compoſita 20 *Modules altæ eſſe*, *ut adeo Ordines ſenſim ut ornatiores*, *ita & graciliores fiant*; *ibique hanc etiam cauſam Modulus Ordinis Tuſci & Dorici in 12*; *reliquorum vero Ordinum in 18 partes ſubdividitur*.

167. *Coroll.* Data itaque Ordinis altitudine reperitur Modulus, ſi inventa (per Reg. I.) Columnæ altitudo *in* 14 pro Tuſco, in 16 pro Dorico, in 18 &c. partes æquales nempe Modulos dividatur.

168. *Def.* 3. Ordinum notæ Characteriſticæ ſunt: Tuſci ſimplicitas: Dorici Triglyphus cum guttis: Jonici Voluta: Corinthii, Capitulum foliis, aliaque membra magnifice ornata: Compoſiti, Voluta ex Jonico, & Capitulum cum foliis Corinthii Ordinis.

169. *Coroll.* Hinc etſi abſint Columnæ, ſi quæ tamen harum characteriſticarum in ſtructura quapiam compareat, illius Ordinis, cujus adeſt characteriſtica, ſtructura dicitur.

170. Scholion. *Partium Membrorumque altitudines & ecphoras pro Ordinibus ſingulis adjunctæ iconum Tabula exhibet*; *en nomina*:

		ORDO THUSC. Scapi pars inf.	DORICUS Scapi pars inf.	IONICUS Scapi pars inf.	CORINTH. Scapi pars inf.	COMPOSIT. Scapi pars inf.
COLUMNÆ pars inf.	Scapus	*e*, limbus inf. ** ** ** **	*x*, limbus ** ** ** **	*e*, limbus	*e*, limbus	*e*, limbus
	Pes, ſeu Baſis	*f*, Torus d, *Plinthus*	*g*, Torus *f*, *Plinthus*	*T*, Torus *e*, regula *t*, trochilus *e*, regula *a*, *a*, duo aſtrag. *e*, regula *t*, trochilus *e*, regula P, *Plinthus*	*T*, Torus *e*, regula *t*, trochilus *e*, regula *a*, *a*, duo aſtrag. *e*, regula *t*, trochilus *e*, regula P, *Plinthus*	*T*, Torus *e*, regula *t*, trochilus *e*, regula *a*, aſtragalus *e*, regula *t*, trochilus *e*, regula P, *Plinthus*
STYLOBATA	Coronis	r, *Superciliums* l, *Cymatium Lesbium*.	r, *Superciliums* e, *echinus* C, *Corona* cum reg. L, *Cym Lesb.*	r, *Superciliums* L, *Cym. Lesb.* C, *Corona* e, *echinus*	r, *Superciliums* x, *Cym. Lesb.* C, *Corona* e, *echinus* a, *aſtragalus* r, *regula* F, *Hypotrachelium* a, *aſtragalus*	r, *Superciliums* L, *Cym. Lesb.* C, *Corona* L, *Sima* r, *regula* D, *Cym. Dorics* F, *Hypotrachelium* a, *aſtragalus*
	*Trunc. Baſis, Pes	r, *regula* ** ** ** ** A, *Quadra*	r, *regula* ** ** ** ** a, *aſtragalus* L, *Cym. Lesb. inverſ.* r, *regula* A, *Quadra*	r, *regula ſup.* r, *regula inf.* a, *aſtragalus* S, *ſima inverſ.* r, *regula* A, *Quadra*	r, *regula ſup.* r, *regula inf.* a, *aſtragalus* S, *ſima inverſ.* r, *regula* T, *Torus* A, *Quadra*	r, *regula ſup.* r, *regula inf.* a, *aſtragalus* L, *Cym. Lesb. inverſ.* r, *regula* T, *Torus* A, *Quadra*

OBS. II. BASES ATTICÆ, tribus ultimis Ordinibus communes, olim Baſi Columnæ Jonicæ, ob juſto majorem Torum improbatæ, ſubſtituebantur. II. *Scamillus*, Untersatz / Stylobatæ & pedi Columnæ interjectus non placet, niſi in columnis valde alto loco conſtitutis.

		ORDO THUSC.	DORICUS	IONICUS	CORINTH.	COMPOSIT.
TRABEATIO	Coronis	e, *echinus* a, *astragalus* r, *regula* C, *Corona* r, *regula* L, *Cym. Lesb.*	r, *Supercilium* D, *Cym. Doricum* r, *regula* L, *Cym. Lesbium* g, *guttæ Coronæ* C, *Corona* F, *Tænia denticul.* r, *reg. sub dentic.* L, *Cym. Lesbium* F, *Tænia*	r, *Supercilium* S, *Sima* r, *regula* L, *Cym. Lesbium* C, *Corona* c, *echinus* a, *astragalus* r, *regula* F *Tænia dentic.* r, *reg. sub dent.* L, *Cym. Lesb.*	g, *Supercilium* S, *Sima* r, *regula* L, *Cym. Lesbium* C, *Corona* L, *Cym Lesbium* F, *Tænia Mutuler.* r, *regula sub Mut.* e, *echinus* a, *astragalus* r, *regula* F, *Tænia dentic.* r, *reg. sub dent.* L, *Cym. Lesb.*	s, *Supercilium* S, *Sima* r, *regula* L, *Cym. Lesb.* a, *astragalus* C, *Corona* e, *echinus* r, *regula* L, *Cym. Lesbium* F, *Tænia dentic.* r, *reg. sub dent.* e, *echinus*
	Zoph.		z, *Metop. dimid.* un, *Triglyphus* Z, *Metopa □ta.*	Z, *Zophorus*	a, *astragalus* r, *regula* Z, *Zophorus*	a, *astragalus* r, *regula* Z, *Zophorus*
	Epistylium	s. *Supercilium* F, *Fascia*	s. *Supercilium* d, d, 6 *denticuli, gutta. vel campanula regula tecta.* F, *Fascia*	s, *Supercilium* L, *Cym. Lesb.* FFF, *Fascia III.* FF, *Fascia II.* F, *Fascia I.*	s, *Supercilium* L, *Cym. Lesb.* a, *astragalus* FFF, *Fascia III.* L, *Cym. Lesb.* FF, *Fascia II.* a, *astragalus* F, *Fascia I.*	s. *Supercilium* t, *Cym. Dorie.* e, *echinus* a, *astragalus* FF, *Fascia II.* L, *Cym. Lesb.* F, *Fascia I.*
COLUMNÆ pars sup.	Capiculum	r, *Supercilium* A, *Abacus* e, echinus r, regula H, Hypotrachelium	r, *Supercilium* L, *Cym. Lesb.* A, *Abacus* e, echinus r, r, r 3 regulæ H, Hypotrachel.	s, *Supercilium* L, *Cym. Lesb.* A, *Abacus* f, *fascicula Volut.* F, *Tænia Volut.* e, echinus *Fig. A.* *Fig. B.*	e, *echinus* r, *regula* A, *Abacus* *Voluta corn. Abaci* *Voluta intermed.* e, labium vasis G, cauliculi FF, series sup. f, f, series fol. inf.	e, *echinus* r, *regula* A, *Abac.* e, echin. a, astrag. r, regula G, cauliculi F, F, series sup. f, f, ser. fol inf.
	Scapus	a, astragalus r, cincta SC, Scapi pars sup.	a, astragalus r, cincta SC, Scapi p. sup.	a, astragalus r, cincta SC, Scapi p. sup.	a, astragalus r, cincta SC, Scapi p. sup.	a, astragalus r, cincta SC, Scapi p. sup.

Volutæ Ionicæ

171. *OBS. I.* Universim Denticuli & guttæ vel campanulæ habent projecturam $=$ suæ latitudini; adeoque inferne quadratæ sunt.

172. *OBS. II.* In DORICO *1mo*: Guttæ 6 simul sumtæ, iisque superposita Regula latitudine totum Triglyphum Dreyschlitz un (qui *Decoidem*, Balkenkopf/ repræsentat) æquent. XX sunt 2 integri, *xx* dimidii canales; VV sunt femora, Schenckel. Triglyphi projectura $=$ 1 *p.* 2*do*: Duabus superioribus trium Regularum Hypotrachelio impositarum (quarum quævis $\frac{1}{2}$ *p.* lata est) Astragalus bene subtituitur. *3tio*: Aliam hujus Ordinis Trabeationem cum *Pfosdo-Mutulis* (Affter-Sparren-Köpfe/ Dielen-Köpfe) loco Denticulorum vide *Davil. Tab.* 16. In IONICO Voluta sic nectitur: Demitte cathetum *da*, in distantia 18 partium ab axe Columnæ. Fac *mC* $=$ 9, Ca $=$ 7 *p.* Sic determinato Oculi centro C describe Volutam juxta §. 160. Totius Volutæ cephora $=$ $13\frac{1}{2}$ *p. NB.* Scamozzianæ Volutæ nunc præplacent, & encarpis quandoque junguntur. *V. Belidor. L. V. p. 25 ex Scamozzi L. VI. c. 23.* CORINTHII & (demptis supremis membris) COMPOSITI Capituli dimensiones exhibet *Fig.* E. Ecphoræ Membrorum Abaci, accipiuntur in ejusdem Diagonali, eorum vero curvatura obtinetur, constructo super latus Quadrati Abacum determinantis, △ æquilatero, ex cujus vertice arcus ducantur. Projecturæ foliorum & Volutarum determinantur, per lineam ab extremo Diagonalis Abaci ad Scapi Astragalum ductam. Folia (in quavis serie 8) sunt olivarum, scanthi (Bärenklaue) vel Petroselini, quorum delineationes exactas dat *Penther P. III. §.* 108. In figuris adjectis ima foliorum pars nimis prorsum curvatur. Pro ducenda COMPOSITI Voluta, in distantia 9 *p.* infra Regulam Abaci, duc parallelam indefinitam: a puncto, in quo hæc linea Projecturæ foliorum intersecabit, accipe in parallela 8 *p.* introrsum, habebisque centrum oculi Volutæ juxta §. 160 (attamen cornui Abaci parallele) describendæ. Cornu Abaci in Composito est 6 *p.* latum. OROPHEGRAPHIAM (Decken-Riß/ *Plafond*) Coronæ Doricæ exhibet *F.* 38; Corinthiæ *F.* 40; Compositæ *F.* 39. Ordinum Monumenta vide in *Chambray Parallele de l' Architecture &c. Fig. C, D.*

173. Ex his patet, Ordini *Tusco* vix ullum; pauca *Dorico*; *Ionico* pulchriora; *Corinthio* & *Composito* ditissima ornamenta convenire.

174. *Diminutio* Columnæ incipit in Ordine { *Tusco, Dorico, Jon. Cor. & Comp.* } a basi vel $\frac{1}{3}$ supra. $\frac{1}{3}$ supra.

Modus. Fig. 36. Ducta Diametro diminuta GH, eo loco, quo incipit diminutio, duc semicirculum CD: dein HI axi parallelam: arcum abscissum ID in quasvis *ex. gr.* 5 partes, & in totidem axem reliquum divide &c.

175. Schol. 1. *Pila pro Modulo habet suam* $\frac{1}{12}$ *latitudinem: nec diminuitur, nisi Columna juncta.*

176. Schol. 2. *Entasis*, Bauchung, *& figura elliptica Columnarum a plerisque rejicitur.*

177. *Striges*, Aushohlungen, in Columna Dorica fiunt 20; in 3 ultimis Ordinibus 24, cum striis, Zwischenstäbe. *Stria* determinantur, circulo maximo Scapi in 24 partes, dein $\frac{1}{24}$ in 5 partes divisa: harum 5 partium una striæ obvenit. *V. Fig.* * *inter Stylobatas.* Stria numquam sit major $\frac{1}{7}$, nunquam minor $\frac{1}{9}$ strigis parte. Diminuuntur cum Columna vel pila: earum ornatus *V. Daviler. Tab.* 122--124.

178. *Columna Tortilis* (Gewundene) sic fit *Fig.* 45. Designata prius Columna dividatur in partes 24, & per divisionum puncta ducantur occultæ parallelæ. Ex punctis in quibus hæ latera Columnæ intersecant, jam prorsum, jam retrorsum ponatur $\frac{1}{24}$, centrum ducendi arcus datura. Pro infimis & supremis, nempe minimis arcubus, accipiatur dimidium $\frac{1}{24}$ Columnæ tortiles non quidem portando oneri, attamen ornandis aris, atriis &c. aptæ sunt. Aliarum Columnarum diversas species & denominationes, quas seu a materie, seu a compositione & figura, vel demum a fine, symbolis, insculptis monumentis &c. sortiuntur, vide apud *Daviler. Tab.* 122--124. *Columna conjugata* (*couplees*) sunt, quæ binæ, ternæ, aut quaternæ communi basi gaudent.

179. ORDO ATTICUS dicitur contignatio demissior, subjectæ grandiori impositæ, constans pilis, quarum axes axibus, intervalla (inscriptionibus vel symbolis ornata) intervallis substructarum Columnarum vel pilarum respondent. Pilarum Atticarum latitudo æquatur diminutæ Diametro Columnæ, cui pila Attica insistit: altitudo vero est latitudinis quintupla vel sextupla. *Penthesus* ejusmodi pilas, singulis 5 Ordinibus respondentes affert. *P. III. Tab.* 43.

180. PODIORUM (*Balustrades*) columnas (Geländer-Säulen, Geländer-Docken, Balustres) 5 Ordinibus accommodatas aliasque ostendit *Davil. Tab.* 126, *& Penther. P. III. Tab.* 41; alios vero Podiorum ornatus, operis cælati &c. *Davileri Tab.* 95 *& 127.*

181. ANCONES quoque, seu CANTHERII (Kragsteine, Gallis *Consoles*) fulcrorum species sunt, Coronidibus, Statuis, Mœnianis, Podiis, Fenestris &c. sustinendis & ornandis propriis. Mutulorum & formam & ornamenta æmulantur.

182. COLUMNATIO, Säulenstellung, Colonnade, est series Columnarum, quarum Trabeatio est continuata, eaque vel recta, vel circularis, quo casu *Peristylium* appellatur. *Fig.* 42.

183. ARCUATIO, Bogenstellung, *Arcade*, est, dum Columnis adjiciuntur parastatæ, arcum portantes.

184. *Intercolumnium* (Säulenweite) intra hos 5 velut terminos constituit *Vitruv. L. III. C. 2.*

Fig. 41.	*Pycnostylon*	*Systylon*	*Eustylon*	*Diastylon*	*Araeostylon*
Distantia	Dicksäulig	Nahe-säulig	Schön-säulig	Weit-säulig	Fern-säulig
Scaporum	3 *Mod.*	4 *Mod.*	$4\frac{1}{2}$ *Mod.*	6 *Mod.*	8 *Mod.*
Axium	5 *Mod.*	6 *Mod.*	$6\frac{1}{2}$ *Mod.*	8 *Mod.*	10 *Mod.*

185. *Vignola* Columnationi & Arcuationi fine vel cum Stylobata hæc speciatim statuit:

Fig. 42, 43.	*ORDO TUSC.*		*DORICUS*				*IONICUS*			*CORINTH. & COMP.*				
Distantia	*Scap.*	*Axium*	*Scap.*	*Axium*	*T*	*d*	*Scap.*	*Axium*	*d*	*Scap.*	*Ax.*	*M.*	*d*	*d.Comp.*
Columnatio	4. 8	80 p.	5. 6	90 p.	3	30	4. 9	117†3	20	4. 12	120	5	20	15
Arcuat. fine	6. 6	114	7. 0	120	4	40	11. 9	207†3	35	9. 0	216	9	36	27
cum Stylobat.	8. 9	153	10. 0	180	6	60	15. 0	270	45	12. 0	288	12	48	36

185. *OBS.* In Intercolumniis determinandis curandum est, ut ab axe Columnæ producto, in Dorico Triglyphus & spatiolum duobus denticulis interjectum; in reliquis denticulus, Mutulusque bisecetur. Fiet id, si servatis §phi 185 intercolumniis is Triglyphorum (*T*, denticulorum (*d*) & Mutulorum (*M*) numerus detur, qui sub his literis notatur. *V. Faschianam editionem Vignolæ*, 15, 16.

187.

187. *Altitudo* Arcuationis in omnibus Ordinibus eſt dupla latitudinis ſeu Intercolumnii Scaporum; in arcuatione tamen Corinth. & Comp. Stylobatam habente, I *M.* augetur.

188. *Paraſtata* B (Bogen-Pfeiler, Neben-Pfeiler) in omnium Ordinum arcuationibus, Stylobata carentibus, eſt fere 2 Modulos craſſa, lata vero ſemper 3 Modulos; unde utrinque $\frac{1}{2}$ *M.* latitudinem Columnæ ſuperat. In arcuationibus vero Stylobatam habentibus ſemper eſt 4 *M.* lata, adeoque utrinque I *M.*, excepto Ordine Dorico, in quo paraſtata = 5, exceſſus $1\frac{1}{2}$ *M.*

189. *Incumba* ſeu *Impoſta* (Kämpffer) veluti Capitulum Paraſtatæ, altitudinem ſemper habet I Moduli; ejus projectura vero = $\frac{1}{4}$ vel $\frac{1}{5}$ Modulj. Ornamenta Columnæ ſuæ recipit, ut in *Fig.* 44, Ordinis Corinthii. Incumbarum reliquorum Ordinum formas exhibet *Vignola* & *Belidor l. c. L. V. p.* 59, *Tab.* 42.

190. *Arcus latitudo* eſt I *M.* In Ordine Tuſco & Dorico membra incumbæ habet; in reliquis variat. Cunei A latitudo inferior = latitudini arcus; ſuperior determinatur radiis ex arcus centro per inferioris latitudinis extrema ductis: altitudo eſt fere latitudinis dupla. *Fig.* 43. Cuneos diverſis Ordinibus proprios dat *Penther P. III. Tab.* 42.

191. *OBS.* SUPERSTRUCTIO Ordinum, diverſas ædificii contignationes ornantium, requirit, ut I*mo*: Ordo quiſque ſuperior inferiore, cui inſiſtit, levior, tenuiorque ſit (§. 6.) Itaque Compoſitus Corinthio, hic Ionico, Ionicus Dorico, iſte Thuſco imponendus eſt. 2*do*: Axes Columnarum vel pilarum ſuperiorum & inferiorum ſub eodem ſint perpendiculo (§. 88.) 3*tio*: Diameter maxima ſuperioris Columnæ, fiat æqualis Diametro diminutæ (§. 174.) Columnæ inferioris: vel, contignatio ſuperior ædificii fiat = $\frac{3}{4}$ contignationis proxime inferioris, hocque facto determinetur ſuperimponendi Ordinis Modulus per §. 167. Quodſi tamen Ordo quiſpiam in inſigni altitudine conſtituendus foret, ex Geometriæ legibus, juxta anguli viſorii quantitatem, Modulus reperiatur.

192. STATUÆ humanæ, fabuloſæ, Telamones, Hercules, Hermæ & ejuſmodi, quæ, ſi muliebres fuerint, *Cariatidum*, ſi viriles, *Perſicarum* nomine olim & etiam nunc veniunt, ſæpe Columnis fulciſque aliis ſubſtituuntur, iisdemque, qua licet, legibus ſubjacent.

193. LOCULAMENTUM (Bilderblinde, *Niche*) eſt Semicylinder cavus in muro effictus, ſuperne in fornicem hemiſphæricum deſinens, ſtatuamque recipiens. Statua baſi (baſes ejusmodi exhibet *Daviler. Tab.* 125) inſiſtat, altitudine ſua dimidiam capitis ſtatuæ altitudinem æquanti. Altitudo Loculamenti ſit fere tanta, ut Statuæ oculus attingat diametrum, ſuper qua ſupernus Loculamenti fornix conſtituitur. Latitudo ſit ſubdupla altitudinis, acceptæ uſque ad dictam Diametrum ſuperſtructi fornicis hemiſphærici. *V. Tab.* 57. *Davileri.* Fiunt quoque Loculamenta elliptica. Interius concha, aliave re caput ſtatuæ tegente; exterius architectonicis membris, loculamentum ad $\frac{1}{8}$ latitudinis ejus partem ambientibus, ornari poteſt. Imum ſeu pes Loculamenti inter Columnas conſtituti ſit in eadem horizontali linea cum Coronicibus Stylobatarum.

194. PORTAS, JANUAS, FENESTRAS ad $\frac{1}{6}$ earundem latitudinis partem diverſa ornamenta cingere poſſunt: ſuperne Epiſtylio, vel præter hoc etiam Zophoro & Coronide, vel Frontiſpicio (§. 102) coronantur. Portæ Regiæ, urbium, & palatiorum pilis atque Columnis, etiam Perſicis (§. 192.) decorantur. *V. Daviler. Tab.* 47 — 56, 105 — 110, 114, 115. *Panther. P. III. Tab.* 44.

195. FRONTISPICIA (§. 102.) Coronide Ordinis cujuſpiam ornantur. Mutuli & denticuli frontiſpicii vel ſuæ Coronidi normales, vel Mutulis aut denticulis Coronidis, cui frontiſpicium inſiſtit, paralleli fiunt; ſemper tamen axes Mutulorum & denticulorum frontiſpicii, axibus Mutulorum & denticulorum ſubjectæ Coronidis reſpondere debent. *V. Penther P. III.* §. 364.

196. Scholion. *Hæc pauca in ampliſſima hac materia pro aliqua elegantis Architectura idea. Videantur Auctores, pluribus locis citati, hic vero præcipue Cel.* Blondel de la Decoration des edifices.

197. *PROBLEMA I. Ordinem Architectonicum delineare.*

Reſ. Charta ſuper lignea tabula probe extenſa firmataque dividatur *1mo:* altitudo ſpatii pro deſignatione Ordinis deſtinati in tot partes æquales, quot Modulorum eſt Ordinis altitudo: erit una ejuſmodi pars Modulus. *2do:* fiat Scala Modulorum, quæ Modulum in ſuas partes (§. 166.) diviſum habeat. *3tio:* plumbagine ducatur linea horizontalis, & ſuper ea erigatur perpendiculariter axis Ordinis. *4to:* in axe hoc, deſumtis ex Scala Modulis eorumque partibus, (§. 170.) ſignentur primum altitudines trium præcipuarum partium, nempe Stylobatæ, Columnæ & Trabeationis; tum partium ſubdividentium, ac demum ſingulorum membrorum altitudo. *5to:* Per ſignata hæc altitudinum puncta duc lineas, horizontali parallelas, in quibus membrorum ecphoræ & figuræ determinentur. *6to:* Delineationem, hactenus ceruſſa peractam, atramento Sinico perfice.

198. Schol. Inumbratio (Schattirung) *partium Ordinis præſentem magiſtri manum vocemque requirit: aliquatenus ex Tabb. iconibus perdiſci poteſt. Præclara de deſignandi methodo paſſim habet Pentherus, præcipue* P. II. c. 3 & P. III. c. 3 & 4.

199. *OBS.* Delineatio futuri ædificii tum aſſequendo fini, tum exequendo operi ſervit.

200. *Def.* 1. *Prorographia* (Hauptriß, *Brouillon, Schizzo*) eſt prima rudis idea ædificii.

201. *Def.* 2. *Ichnographia* (Grundriß, *Plan, Fig.* 63, 64) exhibet murorum & parietum veſtigia inumbrata; aperturas januarum *e, e*, & feneſtrarum *f, f* (*Conf. Fig.* 66.), fornices, pilas &c.

202. Schol. *Exhibetur Fornix cylindricus, ut in* Fig. 46. *Teſtudo,* F. 47; Kloſter-Gewölbe Fig. 48; Mulden-Gewölbe F. 49; Spiegel-Gewölbe F. 50; Kugel-Gewölbe F. 51; *Columna* F. 52; *Columna parietina* F. 53; *Anta* F. 54; *Scalarum gradus* Figg. 55, 56, 57, 63, 64; *Fornax cum fumario & aditu* F. 58; *Caminus* F. 59; *Focus culina* F. 60, *quanquam fornax, caminus & focus ſimplicibus quoque parallelogrammis ſignari ſoleant. Latrina* F. 61.

203. *PROBL. II. Ichnographiam ædificii perficere.* Fig. 63, 64.

Sit ædificium nobilius, *Fig.* 62. exhibitum, cujus alæ retractæ ſint, parte media foras porrecta (*Riſalit*).

Reſ. Parata prius Scala Geometrica tota area ab ædificio occupanda, ſub angulis ſuis deſignetur: tum juxta ideam mente, vel in Protographia conceptam, aſſumtis e Scala dimenſionibus conclavia cameræque ceteræ & feneſtrarum latitudines, harumque intervalla (Schäffte) indicentur plumbagine. (§. 113.) *2do:* determinentur pariter per lineas parallelas murorum & parietum craſſities, facto ab ædificii angulis initio. *3tio:* Scalarum gradus (§. 125.) *4to:* Situs januarum, hiſque non minus ac feneſtris retractionis (Schmiege, *embrajure, g f g*) quantitas aſſignetur: plerumque 4 quibusque in muro craſſitiei digitis unus retractionis reſpondet. Symmetriæ gratia fiunt januæ fictæ *m, m.* *5to:* Determinetur locus fornacum *s, s*, & Caminorum *u, u*, cum eorum fumariis & aperturis. *6to:* Signentur denique foci culinarii *t, t*, & receſſus ſecreti *x, x.* *7mo:* His plumbagine hactenus peractis jam atramento Sinico omnis murata ſtructura exprimatur, omiſſis tamen cavorum aperturis. *8vo:* Ceruſſa attritu panis tollatur.

204. Schol. *Tum ſubterranea, tum ceterarum contignationum, & tecti Ichnographia fieri ſolet.*

205. *PROBL. III. Orthographiam externam* (Aufriß, Standriß *Fig.* 62.) *& internam ſeu Sectionem* Durchſchnitt, Profil. *Fig.* 65.) *perficere.*

Reſ. I. Situs & latitudo quarumvis partium determinari poteſt productis ex typo ichnographico (*Fig.* 63.) lineis f G, f H &c., in quibus ſi ſubinde altitudines quoque partium ſignentur, factum erit, quod petebatur. *Vel:* Ducatur in imo linea horizontalis, & ſuper hac erigatur perpendicularis; in priore latitudines, in perpendiculari altitudines determinentur: ductæ per notata puncta parallelæ rete formabunt, cujus intervallis dimenſiones continebuntur. Addantur ornamenta, & tectum.

206. *Reſ. II.* Sectio eadem methodo perficietur, niſi quod in hac ſimul parietum & murorum, tignorumque tectum componentium craſſities, fumariorum ductus &c. determinari debeant.

207. Schol. *Fit etiam quandoque Sectio horizontalis* (Cavalier-Perſpective) & Scenographia (*perſpectiviſcher Riß*) *repræſentans externas ædificii partes, quæ ex aſſumta plaga aſpectus ſimul offerantur. Ædificia ampla & magnifica etiam effigie Prototypo* (Modele) *exhibentur. Ceterum qua Delineationes ejuſmodi exacte elaborandas, inumbrandas, colorandas attinent, fuſius explanabuntur.* (*Conf.* §. 198. *Item de ædificii extruendi æſtimatione* V. Pentheri Bau-Anſchlag.)

ARCHI-

ARCHITECTURA MILITARIS.

TAB. I. *Præliminaria.*

1. *Def.* 1. *Munitio*, ſeu *Fortificatio* alia eſt *offenſiva*, alia *defenſiva*. De hac primum, tum de priore agemus.

2. *Def.* 2. *Munitio defenſiva*, ſeu *Munimentum* rurſum aliud eſt *naturale* a naturali loci ſitu, aliud *Artificiale*, arte (quam ARCHITECTURA MILITARIS docet) ita conſtructum, & munitum, ut pauci adverſus multos, ſe, ſuaque longiore tempore tueri, hoſtemque vel aditu, vel regionis populatione prohibere poſſint.

3. *Coroll.* 1. Non itaque in medio, ſed in finibus provinciæ, eaque parte, qua hoſtis iter facere cogitur, munita præſidia ſtatuenda præprimis ſunt.

4. *Coroll.* 2. Non ſatisfacit fini priori munimentum, quod pro ſui defenſione nimis magnum præſidiariorum numerum requirit.

5. *Coroll.* 3. Nec ſatisfacit cinctura murata urbi circumdata, paucarum horarum ſpatio in acervum abitura, ab immani uſitatarum noſtro ævo bellicarum machinarum vi.

6. Scholion 1. *MACHINÆ BELLICÆ* minores *ſunt*: *ſiſtulæ minores*, *ſeu ſclopi* (fuſils) *vulgo* Mouſqueten; *bolides igniaria* ſeu *Granata*. Majores: *Tormenta & Mortaria*. *Ex Mortariis Bomba*, *ſaxa*, *ſacci pyrotechnici* (Carcaſſen), *globi incendiarii*, *lucentes quoque*, *& obſcurantes*, *fatentesque*: *e Tormentis globi etiam ignisi*, *aut catena*, *vel pertica ferrea connexi*, *itemque grandines pyrotechnicæ* (Kartätſchen) *ejiciuntur* (vide Wolf. Elem. Math. T. IV. Pyrotechnicæ C. II. *Eſt & Tormentum inſititium* (Petarde, Fig. 17, 46) *nempe conus truncatus ferreus cavus E*, *pulvere pyrio granulato repletus*, *qui ſolido quadrangulari ligno ABCD affixus*, *& repentina invaſione Portæ hoſtili applicitus*, *ſuccenſuſque*, *eam perfringit*.

7. Scholion. 2. *Directio Tormenti ſit per dioptras eidem proprias*, *jactus vero ſub certo angulo obtinetur ope ſemicirculi*, *vel quadrantis Tormento*, *aut Mortario applicati*. *Intra* 40, *& 45 tum gradum eſt jactus maximus*, *experientia teſte*.

8. Scholion. 3. *Tormentorum differentia deſumitur a diametris*, *aut pondere globorum*, *quos capiunt*. *Globi*, *vel etiam luminis tormentarii diameter* (*qua tamen globi ſui diametrum* 2 *lineis ſuperare debet*) Calibra *dicitur*, *& inde habetur* Regula Calibræ, *in qua ſignantur globi diametrorum* 1, 2, 3, 4 *&c. libras appendentium*. *Inde quoque noſtrates has conſtituerunt tormentorum ſpecies*.

Nomen	Pondus globi	Jactus horizont.	Jactus 45 grad.	Nomen	Pondus globi	Jactus horizont.	Jactus 45 grad.	Nomen	Pondus globi	Jactus 45 grad.
Ganze	48 lb	500	6000	Feld-Schlange	18 lb	600	7140		24 lb	2250
2/3	36	500—	6000—	1/2	9	450	5370		16	2020
1/2	24	420	5070	1/4 - Falkaune	6	350	4180		12	1870
1/4	12	370	3600	Regiments-Stuk	3	320	3600—		8	1660
1/8	6	320	3600—	Falconet	1	280	3200		4	1520

Cartheune — Paſſus — Paſſus — Gallica — Teſta

Jactus maximus bomba eſt ad 2000, *ſclopi militaris intra* 120 *ad* 150 *hexapedas*.

9. Schol. 4. *Cuniculus ſubterraneus* (Mine) *eſt vel ſimplex*, *vel duplex*, *vel triplex*, (*Gallis* treflée) *prout nempe uno*, 2, *vel* 3 *furnis conſtiterit*. Fig: 19 *Ichnographiam*, Fig. 20, *Orthographiam cuniculi manibus ſubſtructi exhibet*. A *eſt murus*, B *eriſma*, C, C, C *crypta anfractuoſa*, *fere* 5 *pedes alta*, *ſeu aditus* (galerie) *ad ipſam cuniculi cameram*, *ſeu furnum*, *vel furnos* FFF. (*Figuræ exhibent hanc cryptam tignis ſuffultam*, *aggeſtoque terreo & ſaxeo oppletam*, *quemadmodum pro cuniculi ſolutione præſtandoque effectu fieri neceſſe eſt*) EE *eſt tubus coriaceus* (Sauciſſon) *fere* 2 *digitos latus*, *pulvere pyrio repletus*, *qui ſuccenſus ignem furno infert*: *ut tubus ab humore defendatur*, *canali quadrato ligneo* (Auget) *per totam cryptam porrecto includitur*. *In* Fig. 21. A *exhibet furnum cuniculi*, AD *lineam minoris reſiſtentiæ*, *juxta cujus directionem cuniculus effectum ſuum præſtare debet*, *& a cujus longitudine pendet quantitas requiſiti pluveris pyrii furno committendi*. BC *eſt excavationis diameter*. *Invenit* Vallierius, *excavationem hanc non eſſe conicam* BdAdD, *ſed parabóloideam* BEEC, *furni* A *centro focum conſtituente*: *ſimulque tabulam confecit*, *ad determinandam pulveris pyrii*, *adeoque etiam furni quantitatem*, *pro diviſa longitudine lineæ minoris reſiſtentiæ*, V. Dulacq, Villneuvii, vel Blondi Traites d' Artillerie.

10. *Def.* 1. Munimenti partes præcipuæ sunt: Vallum, der Wall, Rempart: *Fossa*, der Graben, & *Via Cooperta*, vel *Tecta*, der verdeckte Weg. *Tab. III. Fig.* 21.

11. *Def.* 2. VALLUM est aggestum terreum ALLA, ambitu suo & eminente supra loci horizontem AB altitudine, ædificia incolasque protegens, & in omnem subjectam regionem, minimum ad globi tormentarii jactum, prospectum aperiens.

VALLUM:
- AD, *Acclivitas*, seu *Talus Valli interior* (die innere Böschung, oder Abdachung) determinatur a linea AC, totque pedum dicitur, quod est AC
- CD, *Altitudo valli*
- DE, *ambulacrum*, der Wallgang, Terreplain du Rempart.
- EF, *Acclivitas*
- FG, *Scabelli*, seu *suppedanei*, banquette.
- GHHg, *Loricæ*, Brustwehre, Parapet.
- gg, *acclivitas*, *vel latus interius Loricæ.*
- GH, *declivitas Loricæ*, *Talus superior.*
- HH, *acclivitas* vel *latus externum Loricæ* muro non vestitæ.
- N (fig. 22) *Torus muralis*, Maurband, Cordon.

Munitio vetus.

II, *via Excubitorum*, *chemin des Rondes*
ii, *lorica murata*, *Garde-fou.*
II, *margo nunc dicta lorica*, *Berme*, *Lisiere*, *Relais*
LL, *acclivitas loricæ*, *seu talus exterior*
dLm, *vallum inferius*, Unterwall, *Fausse-braye*, *Fausa Braga*, *cujus latitudo* = 4 *vel* 5 *hexap. Altitudo vero determinatur a linea horizontali AB.*
d, *e*, *ambulacrum*
ef, *scabellum*
ghhg, *lorica*
ii, *margo*

II, *acclivitas*, seu *Talus* totius valli *exterior*, vel fossæ interior, Escarpe.

FOSSA:
- mm, *margo Fossæ*, Berme, Lisiere, Relais.
- KK, *Fossa*
- k, *incile*, seu canalis aquam devehens, Cuvette, vel cunette,
- mm, *margo*
- md, *acclivitas fossæ exterior*, Contre-Escarpe.

VIA TECTA:
- de, *ambulacrum*, der verdeckte Weg, Coridor.
- ef, *scabellum*, post quod *series palorum*, Palissades, Schutz-Pfähle.
- gB, *Lorica Viæ Tectæ*, Glacis.

12. *OBS. I.* In Munimento nulla sit pars, quæ ex alia videri, ac defendi nequeat.

13. *Coroll.* 1. Hinc in Munitione defensio lateralis (*Flanquirung*, *Defense de flanc*) majoris momenti est, quam defensio directa, seu, quæ tantum a fronte fit. Nam 1*mo*: adversus ictus defensionis directæ hostis multo facilius se tuetur. 2*do*: Si tota defensio esset tantum a fronte; utique milite in A, vel *a* constituto (*Fig.* 1.) non solum partes muri B vel *b*, sed totum spatium interjectum BC, & *bc* defensione careret. Talis pure directa defensio foret, si Munimentum constaret continuatis angulis prominentibus (*angles saillans*). Eadem ratione anguli prorsum, & retrorsum alternantes, semper spatium intermedium, defensione vacuum reliquunt; idque eo majus, quo latius, altiusque Vallum fuerit. Hinc anguli retracti, seu recedentes (*angles rentrans*) anguli *mortui* dicuntur.

14. *Coroll.* 2. Hinc patet, cur Veteres turribus primum quadratis (*Fig.* 2.) dein rotundis (*Fig.* 3.) usi sint; postea muros acclives ad arcendam hostilium Arietum vim, ac denique ad tuendum omnino Valli pedem, supremam muri partem, prominenti veluti ambulacro, ejus basi foraminibus perfossa, coronaverint, *Machicoulis*. Constat denique, cur, & quomodo (præcipue *post inventum pulverem pyrium*, modernasque bellicas machinas) turres hæ in Propugnacula (Bollwerke / *Bastions*) Polygoni alicujus angulis adstructa, abierint; id quod contigit circa annum Christi 1500. Itaque *s. s. b.*

15. *Def.* 3. *Munimentum* est Polygonum, idque vel regulare, vel irregulare, cujus anguli muniti sunt partibus prominentibus, pro laterum interjectorum defensione.

16. *Coroll.* Atque inde *Munitio* alia est *regularis*, alia *irregularis*; de illa primum agemus.

17. *Def.* 4. (*Fig.* 5.) *Ya* vel *Yb* est Radius; *ab* Latus, Polygoni interni; YA, vel YB, Radius; AB Latus, Polygoni externi.

18. Schol. Polygoni *vocabulum*, *etiam sine addito pro Latere Externo quandoque usurpatur. Dum Ichnographica delineationis initium fit a latere interno extrorsum, Galli id appellant*, fortifier en dehors; *vice versa a latere externo introrsum*, fortifier en dedans.

19. H.

19 HeAEH, *Propugnaculum*, Bollwerk, Baſtion.
Hg, *Chorda*, *Cortina*, Zwiſchenwall, Cortine.
HE, *Ala* Propugnaculi, Streichlinie, Flanc.
EA, *Facies* Propugnaculi, die Geſichtslinie, Face.
EAe, *angulus Propugnaculis*, vel *angulus defenſus*, Bollwerckswinkel, angle flanqué.
HEA, *angulus Humeri*, vel ſimpliciter *Humerus*, Schulter, Epaule. Hinc *Epaulement* dicitur omne aggeſtum terreum, vel muratum, quo humerus intra id conſiſtentis tegitur.
EHG, *angulus Ala.*
eAEHGONFB &c. *Linea Magiſtralis* vel *Ductus principalis* dicitur linea determinans Facies, Alas, & Cortinas, ceu partes, quibus omnis Munitio continetur, & a qua reliquarum partium conſtitutio, & dimenſio pendet.

Lineæ conſtructionis
- *Ya*, vel *Yb*, Radius, §. 17.
- *Ha* pars cortinæ, uſque ad Polygoni radium producta dicitur *dimidium* vel *Semi-collum* Propugnaculi, Demigorge, Kehllinie. *NB:* duo ſemicolla *Hatma* ſemper majora ſunt collo *HH*, Kehle, Gorge,
- *HaH*, *angulus centri* Propugnaculi, quem efficiunt 2 ſemicolla, Kehlpunct.
- *aA*, *Linea Capitalis*, Hauptlinie. Eſt differentia Radiorum interni, & externi.
- *gA*, (*Fig.* 4) *Linea defenſionis ſtringens*, vel *minor* (ſtreichende defenſions-linie, ligne de defenſe raſante) quæ ex aliquo Cortinæ puncto ad angulum Propugnaculi ducta, Faciem ſtringit, & quaſi radit. *GA* vero *linea defenſionis figens* (nempe faciem) vel *major* die beſtändige Wehrlinie, fichante: denique Cortinæ pars *gG*, ab his duabus lineis intercepta, *Ala Cortinæ*, ſeu *Ala ſecundaria*, Streich-Platz, ſecond-flanc, dicitur.
- *AgH* (*Fig.* 4) vel *AGH* (*Fig.* 5) eſt *angulus defendens interior*, ſeu *minor* (der kleine vel innere Streichwinkel, angle flanquant interieur) quem facit linea defenſionis ſtringens cum Cortina.
- *BAG* (*Fig.* 5) *angulus diminutus*, quem comprehendit linea defenſionis ſtringens cum latere externo, ſemper æqualis eſt angulo defenſionis interiori *AGH*, utpote ſuo alterno ob *ab*, & *AB* parallelis.
- *ADB*, *Angulus defendens exterior*, ſeu *major*, der groſſe Streichwinkel, angle flanquant, *vel* angle de la Tenaille.

Suggeſtus altior Propugnaculi, vel *Cortina* (ein Katze, Reuter, *Cavalier*) eſt propugnaculum minus majori ſuperſtructum, lateribus vel parallelis majori, vel arcuatum (*Fig.* 11)

Forcipula (ein Schere, *Tenaille*) olim inter Opera Externa, at pluribus erroribus obnoxia (*Fig.* 18) fiebat; noſtro ævo juxta lineas defenſionis inter Propugnacula conſtituitur. *Forcipula ſimplex* eſt D (Tenaille ſimple, *Fig.* 10, 11) *forcipula compoſita* vero D (Tenaille double *vel* Tenaille a flancs *Fig.* 9.

Caponiere (*Fig.* 7) eſt foſſa 3 circiter pedes profunda, 12, vel 15 pedes lata *e*, *e*, utrinque loricam palis munitam habens, quaſi duplex Via Tecta, duo opera conjungens.

OPERA EXTERNA
- R, *Semiluna Cortina præſtructa*, *Parmula* (Ravelin, Halb-Mond, *Demilune*) Faciebus, quandoque etiam duabus Alis prædita. Diverſas aliquantum formas *V. Figg.* 9, 10, 12, 13. Quandoque Semilunæ adjiciuntur *Lunula*, ſeu *Perſpicilla*, (Brillen, *Lunettes*,) vel minora GH (*Fig.* 7) vel majora (*Tenaillons*) *m* MO (*Fig.* 9) eaque vel ſimplicia, vel quaſi duplicata, ſeu interjecta foſſa proprioque vallo ſeparata: nonnumquam fronti quoque perſpicillum præfigitur.
- CHEG, *Semiluna Propugnaculo præſtructa*, vel *Vallum exterius Propugnaculi* vel *Propugnaculum a Cortina ſejunctum*, Baſtion detaché, *Contregarde*, Couvreface (*Fig.* 11)
- *Opus Cornutum*, Hornwerk, *Ouvrage à Corne* (*Fig.* 13, 14) conſtat Cortina, duobus dimidiatis propugnaculis & duobus longis brachiis, ceu Alis.
- *Opus Coronatum*, Kronwerk, *Ouvrage à Couronne*, veluti e duobus operibus Cornutis compoſitum *Fig.* 15
- *Reductus*, *Reduits*, Redouten ſunt munimenta plerumque quadrangularia, vel quadrangularia dimidiata (*Fig.* 48. *Fig.* 42. *R*, *R.*) quandoque etiam Alis gaudentia & Semilunis inſerta, *Fig.* 26, 27.
- *Regreſſiones*, Abſchnitte, *Retranchements*, ſunt loricæ intra ipſum Operis cujusdam ambulacrum conſtructæ ad longius ſuſtinendam hoſtium vim (*Fig.* 49.)

23 I. Principium. *Munimentum nullam partem habeat aliis minus munitam*; secus magis munitarum finis cessat.

24. II. *Munimentum toti subjecta regioni dominetur*, hoc est, ex hoc in omnem viciniam intra globi tormentarii jactum (§. 8.) prospectus pateat; nequaquam vero ex hac in ullam interiorem munimenti partem.

25. *Coroll.* Hinc si situs loci obstet, Suggestu altiore (*Cavalier*) vel Operibus Externis error emendandus est; colles adsiti vel singularibus Operibus muniendi vel demoliendi sunt; neque arbores aut viæ profundæ & anfractuosæ, occultando hosti opportunæ, tolerandæ sunt.

26. Schol. *Tribus modis locus loco dominari dicitur*: a fronte, a tergo, a latere: *Galli* commandement de front, de revers, d' enfilade *dicunt*.

27. III. *Nullus sit Munimenti locus, qui ex alio vel ex pluribus aliis conspici & defendi* (être flanque) *non possit*. Conf. §. 12.

28. *Coroll.* 1. Hinc pars defensa a defendente distare nequit ultra jactum sclopi militaris (utpote præcipui defensionis instrumenti, & tum ob frequentiorem, tum ob certiorem ictum præ Tormento spectandi) adeoque LINEÆ DEFENSIONIS *AG* (a qua non multum differt LATUS INTERNUM *ab*) longitudo intra 120 & 150 Hexapedas continetur: sin minus, per Opera interposita succurri debet IV.

29. *Coroll.* 2. Ob eandem rationem simulque ad evitandos, quos justo plura Propugnacula requirent, sumtus, eorundem distantia seu LATUS EXTERNUM *AB* (*Fig.* 5.) ejus longitudinis esse debet, ut, spectata simul Fossæ profunditate, ex quavis Ala minimum dimidiæ Cortinæ, adeoque ex utraque simul totus Cortinæ pes videri defendique possit. Neque tamen Latus *AB* 200 Hexapedis longius assumendum est; quia hoc pacto linea defensionis *AG* 140 *Hexapedis* major evaderet, quod ex Geometricis & Trigonometricis principiis facile deducitur, foretque contra §. præc.

30. IV. *Partes defendentes ictui hostium ne sint nimis expositæ.*

31. *Coroll.* 1. Hinc jam uno & amplius abhinc sæculo excogitatæ sunt Alæ retractæ, suntque vel rectæ vel concavæ (*Fig.* 5.) tectæ ab *Auricula* (Orillon, *m*) rursum vel rectæ vel convexæ. Alæ concavæ plus spatii amplioremque in oppositam Fossam prospectum dant, quam rectæ; Auriculæ convexæ rectam soliditate supereat.

32. *Coroll.* 2. ANGULUS DEFENSUS ne sit nimium obtusus, quin potius Recto minor; citius enim ampla fit strati muri ruina (Brêche) in angulo valde obtuso, quam acuto. Neque tamen nimium acutus fiat, ne ejus vertex Tormentorum vi præmature succumbat. Hollandi 60, Vaubanius 75 gradibus minorem angulum vix admittit, nec 110 gradibus multo majorem. Denique a recto ne multum abhit.

33. *Coroll.* 3. Igitur e Figuris Regularibus munitioni aptis Triangulum non est (§. 101. Geom.) Quod si quis angulus nimis acutus existeret, Alæ aut Semicollo augenda sunt, Facies vero minuendæ.

34. V. *Propugnaculum ejusque pars præcipua Ala, item Semicollum, tanta sint, quanta sine aliarum partium detrimento esse possunt*, ut majori machinarum bellicarum hominumque numero, & faciendis etiam Regressionibus (Retranchements) locum dent.

35. *Coroll.* 1. Cum juxta Vaubanum Propugnaculum 600 hominum capax esse debeat, unique militi in acie constituto communiter $\frac{1}{2}$ Hexapeda quadrata tribuatur, area propugnaculi 300 Hexap. quadratas minimum capere debet.

36. *Coroll.* 2. Cum Alæ FG (& cujusvis partis defendentis) munus sit, oppositæ Faciei, Fossæ & Viæ Tectæ, hoc est, totius longitudinis QV (*Fig.* 5.) defensio; longitudo illius & constitutio ea esse debet, ut longitudinem QV quam proxime æquet; quæ cum ex dicendis §§. 55 & 56 sit fere 24 aut 26 hexapedarum, Alæ quoque longitudo inter 24 & 30 hexapedas constitet. Ubi simul nota, Alam retractam fieri non posse, nisi recta FG sit minimum 24 hexapedarum, cum Auriculæ diameter *Fi* 6 hex. esse debeat, ut ea sustinendæ Tormentorum vi par sit. Neque tamen nimis Alæ longitudo sit oportet; quia hoc pacto (præter sumtus constructionis) Ala hostili ictui nimium exponeretur (§. 30.) simulque interior Operis area nimis arcta, Fossa vero Alis subjecta nimis ampla reddentur (V. infra §. 98.) angulusve defensus justo obtusior contra §. 32.

37.

37. Schol. *Ob hoc principium auctores plures* Alam ſecundariam *adhibuere. Improbatur quidem in hac defenſio nimis obliqua, militi inſolita, nimiſque obliqua pro tormentis inciſura* (Schuß-Scharten, embraſures) *praterquam quod tota Ala ſecundaria defenſio ad exiguum ſpatium, magnitudinis perpendicularis* iG *reſpondens redeat, ob quod tamen Ala primaria pars* ro *ollitur. Verum ut hac ita ſint, ſemper tamen erit* iG> ro *& obliqua defenſionis (in Forcipulis, ut videbimus, a nemine improbata) ictus dirigere poſſunt inciſura vel corbitæ terra farta* (Schanz-Körbe,) *eaque ſerie diſpoſita, ut inciſuras juxta directionem* Ga *aperiant. Praterea inter Alas ſecundarias ſuggeſtus altior in Cortina conſtituti magno defenſionis augmento poteſt. Ex quibus ſequitur, Alas ſecundarias acceptandas eſſe, dum angulus Propugnaculi eſt ſatis obtuſus (ut in Polygonis majoribus) dumque Ala primaria juſta longitudini inde nihil detrahitur; ſecus eſſe omittendas.* V. Blond Elemens de Fortif. p. 321.

38. *Coroll.* 3. Semicolli longitudo pariter intra 20 & 30 Hexapedas abſolvitur; nam minor Propugnaculi aream coarctat. Poſt Vaubanum ſtatuunt Auctores ſemicollum pro Munitione *quadrata* $= \frac{1}{6}$: in *Pentagone* & *Hexagone* $= \frac{1}{5}$; in *Heptagone* & *Octogone* $= \frac{2}{9}$; in reliquis uſque ad *Dodecagonum* $= \frac{1}{4}$ Lateris interni; in Propugnaculis demum ſuper linea recta (*Baſtions Plats* LNDaO, *Fig.* 32.) conſtructis $= \frac{1}{7}$.

39. *Coroll.* 4. Cum a ſemicollorum & lateris interni longitudine (§. 28.) longitudo CORTINÆ determinetur, ſequitur maximam fore $=$ 150—20—20—110; minimam $=$ 120—30—30—60. Hexapedis.

40. *Coroll.* 5. FACIEI longitudo ſit inter 40 & 60 Hexapedas; cum ſemper ſubjecti campi; ſæpe ſimul externi cujuſpiam Operis partem defendentem, id eſt, Alam agat (§. 34.)

41. VI. *Partes defendentes defenſas reſpiciant quantum licet directiſſime,* tum ob militem juxta directionem Loricæ, cui inſiſtit perpendicularem, jaculari aſſuetum, tum ob Tormenta, quæ ob inciſuras nimium obliquas etiam pauciora in tali opere conſtitui deberent, neque tamen vel ſic ſubjectam foſſam bene defenſura.

42. *Coroll.* Hinc ANGULUS ALÆ ex mente Vaubani ſit circiter 100 graduum. Nam ſi acutior fuerit, peccabitur cum *Erhardo de Rarledon* & *de Villio* (quorum ille Alam Faciei, hic Cortinæ perpendicularem fecit) tum contra hoc principium, tum contra §. 35. *Comes Pagan* faciendo Alam Lineæ defenſionis perpendicularem, principio huic quidem maxime ſatisfecit, attamen Alam inde obtinuit juſto minorem contra §. 36.

43. VII. *LORICÆ Tormentorum hoſtilium impetum ſuſtineant.*

44. Schol. *Experientia teſte Lorica terrea* 18, *ſabuloſa etiam* 22, *per totum murata* 8 *vel* 9 *pedum latitudinem requirit, quo minus globo Tormenti cedat.*

45. VIII. *Munitio nec nimis ſumptuoſa ſit, nec Operum vaſtitate & copia laboret,* quibus fit, ut ſæpe tam exercitus Campeſtris, quam Munimentum conveniente militum numero, aut hic neceſſaria annona deſtituatur.

46. IX. *Principiis his quantum fieri poteſt inhærendum, nequaquam tamen ita, ut paucarum Hexapedarum exceſſus vel defectus in praxi error putetur.* Tironibus determinata quædam dimenſionum ratio proponenda erat, maximam partem ex celebratis *Blondi* itemque *Ozanami Elemens de Fortif. Mailleti, Travaux de Mars, Deidieri Parfait Ingenieur François* & *Sturmii* Kriegs-Baukunſt deprompta.

47. *Def.* SYSTEMA FORTIFICATIONIS eſt methodus, a quopiam inventa, locum quendam ex præſcriptis TAB. priore regulis muniendi.

48. Scholion. *Varia ejusmodi Syſtemata a variis excogitata ſunt, quorum cognitio ex Auctoribus §. 46. citatis hauriri poteſt. Univerſim loquendo, noſtro ævo primas ferunt tria Syſtemata Cel. Mareſchalli* Vauban, *quod conſtructionem habeant ceteris faciliorem, & ad regulas Munitionis præ reliquis exactam. Tres vero diverſas (aliorum quorundam exemplo) Munitionum ſpecies aſſumit: Formam nempe* Magnam, Mediocrem, & Parvam (Groß- Mittel- Klein- Royale), *ita ut in* Magna *latus Polygoni externi ſit* 200, *in* Mediocri 180, *in* Parva 160. *hexapedarum.* Mediocri *maxime uſitata, inſiſtemus.*

49. *PROBL. I. Ichnographiam Munimenti perficere juxta Vaubani Syſtema I.* Fig. 5.
Reſol. Imo PROTOGRAPHIA, ſeu ductus LINEÆ MAGISTRALIS ſic fit, *Imo* ducatur Polygonum *ex. gr.* hexagonum (§. 104. Geom.) *2do*: Latere AB in C biſecto erigatur *Perpendicularis* CD, quæ in Hexagono, ceterisque majoribus Polygonis fit $= \frac{1}{6}$ AB; in Pentagono vero $= \frac{1}{7}$ AB; in Quadrato $= \frac{1}{8}$ AB, ſeu Lateris externi. *3tio*: ex A & B per D ducantur *Lineæ Defenſionis* indefinitæ AG & BH. *4to*: Dividatur AB in 7 partes æquales, fiantque *Facies* AE & BF $= \frac{2}{7}$ AB. *5to*: Circini pede in E collocato, radio EF ducatur Arcus FG (in figura ad evitandam linearum confuſionem non expreſſus) & inde ex F, radio eodem, arcus EH; FG & EH erunt *Alæ rectæ*: quod ſi vero *Alas concavas* (§. 31.) cupis, ductam Alam FG in 3. partes æquales divide, & ſuper $\frac{1}{3}$ = Fi perſcribe ſemicirculum (vel exactius, erectis ad extremum F, & biſectam Fi, perpendicularibus FC, & *Lm*, ex eorum interſectione *l* duc arcum *i*F) ceu Auriculam, (*Orillon*) tum in producta linea Defenſionis AG, fac partem Cortinæ refractam (*la briſure*) GO = 5 hexapedis, eidemque æqualem *i*N, partem lineæ ex A per *i* ductæ, quæ Auriculæ pars adverſa (*le revers*) dicitur: demum ex N & O, intervallo NO fac interſectionem in P, indeque deſcribe arcum NO. Quodſi eadem methodo ſuper reliquis Polygoni lateribus, Facies, Alas & Cortinas deſcripſeris, Lineam Magiſtralem perfeciſti.

50. Scholion 1. *Idem obtinebis ope Scalæ, qua Lateri externo* AB *æqualis aſſumitur, & in* 180 *partes dividitur. En linearum dictarum dimenſiones in numeris.*

Polygon.	IV	V.	VI	VII.	VIII.	IX.	X	XI	XII.	
Radius.	127	153	180	206. 3	234. 3	262. 2	291	314	346. 4	Hexapedæ.
Perpend. CD.	22	25	30	30	&c.	*Facies in omnibus* = 50				

51. Scholion 2. *Ne item latitudines diverſarum partium, plerisque Operibus communium, identidem repetere neceſſe ſit, hic ſimul exhibentur; ubi tamen nota, Ambulacri latitudinem ſumi a latere interno Loricæ.*

Tal. exter. Op. murat.	*Tal. exter. non murati*	*Loricæ*	*Scabelli, cui — Tal.*	*Ambul. Valli & Via Teſt.*	*Tal. int. Valli*	*Foſſa magn.*	*Foſſar. exter:*	*Glacis*
$\frac{5}{7}$ alt.	$\frac{1}{2}$ vel $\frac{2}{3}$ alt.	3 *hexap.*	3 *vel* 4 *ped.*	6. *hexap.* ext. Op. 43. †	$1\frac{1}{2}$ alt.	15.20 hex.	12	29 hex.

52. II Ducta Magiſtrali (*Fig.* 7. *Propugn.* P) ſignentur per meras tenues parallelas *Imo*: Talus Valli murati exterior (1) in diſtantia $\frac{1}{7}$ altitudinis muri ab imo uſque ad magiſtralem, ſeu Torum muralem, plerumque 5, vel 6 pedum. *2do*: Loricæ larus internum (3) in diſtantia 3 hexap. a Magiſtrali (2) *3tio*: Scabelli latus internum (4) a Lorica 3, vel 4 pedibus diſtans. *4to*: Ambulacri latus internum (5) a Lorica 6 hexap. diſtans. *5to*: Talus Valli interior (6) in diſtantia $1\frac{1}{2}$ alt. Valli, ſeu 24, vel 27 ped. *NB. in Alis concavis, ex eodem concavitatis centro ducuntur arcus paralleli, ſub nunc dictis diſtantiis, demta Lorica Auricula, qua recta* Fi *parallela ducitur.* (*Fig.* 5, 9).

53. Schol. 1. *In Formis minoribus ob ſpatii angustias Talus exter. & Scabellum non ſignantur.*

54. Schol. 2. *Indicentur quoque aditus, ſeu acclives aſcenſus* (Auffahrten) *in ambulacra* (Rampes, Figg. 7, 9, 11) *pro diverſitate Propugnaculorum, vel vacuorum nempe, vel plenorum, de quibus infra §. 95, Latitudo horum acceſſuum eſt* 10, *vel* 12 *p.*

55. III. FOSSA *1mo*: Radio 18, vel 20 hexap. æquante, super Magistrali ex angulis Propugnaculi duc arcus QR. *2do*: Regula humeris E, & F applicata, a perpendiculari CD, hinc versus Q, inde versus R ducantur rectæ SQ, & SR, quæ simul in puncto concursus, S efficient angulum retractum (*angle retrant*) Viæ Tectæ *g*S*g*.

56. IV. VIA TECTA. *1mo*: in distantia 6 hexap. a QS, & SR ducatur parallelum latus Loricæ internum *d*V, & *d*X. *2do*: in singulis angulis retractis constituantur *ARMILEGIA* (Waffen- vel Sammlungs-Plätze, Places d'armes) *sede f*, nempe 12 utrinque hexapedis ex *d* in *e*, & *e* translatis, erunt *de* Armilegii *Semicolla*. Tum radio = 15 hexap. ex utroque *e* fac interfectionem in *f*, erunt *ef* Armilegii *Facies* (*NB. possunt semicolla etiam fieri* 16, *Facies* 20 hex. *ut Via Tecta, ipsaque angulorum prominentium* (*saillans*) *V, X Armilegia ampliorem ex angulorum retractorum Armilegiis defensionem nanciscantur*. *3tio*: fiant *LORICÆ TRANSVERSÆ* (*Traverses*) hoc modo: ex utroque puncto *e* demittantur perpendiculares *eg*, & in 3 ab his hexapedarum distantia ducantur parallelæ *ii*. Loricæ Transversæ angulorum foras salientium obtinentur, producta usque ad Viam Tectam Facie oppositi Propugnaculi, & erecta ad punctum occursus *n* perpendiculari *no* alteraque huic ad 3 hexaped. distantiam parallela *pq*. In his acclivitas Loricæ, Armilegium respicit, in angulis vero retractis acclivitates Loricarum Transversarum respiciunt angulos foras salientes, quos defendunt; unde constat, qua parte Scabella signanda sint. Ne vero Transversæ hæ communicationem inter partes Viæ Coopertæ intercludant, transitus *oq*, 3 pedes circiter lati aperiuntur. *4to*; signetur Scabellum Loricæ Viæ Tectæ. *5to*. Pro Lorica Viæ Tectæ determinanda, in distantia 20, vel 25 hexap. ab ejus latere interno *ViciX*, ducantur parallelæ *rstux*; ac demum anguli Loricæ hujus superficiem repræsentantes, lineis *Vr*, *ct*, X*x* jungantur.

57. *PROBL. II. FORCIPVLAM construere, cum, & sine Alis, item simplicissimam.*

I. Res. Fig. 9. *1mo*: duc *mn*, 3 hexap. a Cortinæ Magistrali distantem, & parallelam *2do*: duc *us*, & *mr* ab alis rectis 5 hexap. distantes, iisque parallelas. *3tio*: Biseca D*r*. & D*s* in *t*, & *u*. *4to*: ex *t*, & *u* demitte perpendiculares ad Lineas Defensionis *m*D, & *n*D; erunt *tc*, & *ud* Alæ, *rt* vero, & *us* Facies. *5to*: In 3 hexap. distantia a linea *mn* ducatur parallela *ab* ceu latus internum Loricæ, ambulacri latitudinem determinans, rursumque post 3 hexap. Loricæ larus externum *cd*, quod simul Alarum longitudinem terminabit. *6to*: duc Alarum, & Facierum ambulacrum in distantia 6 hexap. ab interno Loricæ latere. *7mo*: Cortina Forcipulæ, plerumque fossa intermedia, 12, vel 15 pedes lata dirimitur, partesque *a* & *b* ponte communicant, qui indicari quoque potest. *8vo*: denique duc Loricæ Scabellum, quod in Forcipulæ Faciebus plerumque duplex est, quia harum Lorica altior fit, ut in Alis Forcipulæ consistentes tegant.

58. *II. Res.* Forcipulæ Simplicis, seu Alis destitutæ constructio tum ex nunc dictis tum ex Fig. 11, vel 12 facile intelligitur: id unum observa, ambulacrum illius fieri undique 6 hexapedarum, quam latitudinem, si Lineæ Defensionis non admittant, anguli extimi, juxta lineam *mn*, 3 hexap. a Cortina distantem, resecantur, ut *bb* in *Fig.* 10.

59. *III. Res. Fig.* 7. *1mo*: Juxta Lineas Defensionis duc *ro*, & *so* pro latere interno Loricæ, tenuique linea Scabellum simul signa. *2do*: latus ejus externum, seu acclivitatem *t u u t* fac interno parallelum in distantia 10, vel 12 hexapedarum.

60. Schol. *Forcipula construuntur in Fossis tum aqueis, tum siccis; in his tamen fossa transversa Loricis tecta* (Caponiere) *iis adjungi solet.*

61. *PROBL. III. Forcipula cuivis adnectere Fossam loricatam, CAPONIERE.*

Res. 1mo: Prolongentur latera Fossæ Forcipulam dirimentis (§. 57.) usque ad oppositam *ex. gr.* Parmulam R; erunt *oo* latera interna duarum Loricarum *ou* & *ou*, penes quæ etiam 2 scabella signari poterunt. *2do*: in 10, vel 12 hexap. distantia signentur utrinque Loricarum declivitates. *3tio*: ut exitus militum ad R sit tectior, angulus retractus oppositæ Parmulæ mutetur in triangularem, quadrangularem, vel circularem concavitatem.

62. **OPERUM EXTERNORUM** finis est augere defensionem præcipue partium debiliorum Munimenti; tegere pontes; in præsidii emolumentum convertere vicina editiora loca, secus hosti profutura; concludere etiam inter se suburbia; ac demum diuturnam hosti & difficilem oppugnationem reddere.

63. Eorum constructio & dispositio nititur itidem Principiis TAB. præced. allatis; hæc tamen habent singularia.

I. *Quodvis Opus Externum cingi debet Fossa, cum Fossa primaria Munimenti communicante,* 10 *vel* 12 *Hexap. lata.*

64. II. *Ita constructa esse debent, ut licet jam occupata, hostem tamen adversus ictus e præsidio aliisve vicinis Operibus mittendos non tegant: neque inferiori alicui Operi, dominentur, aut secure in interiora recepta præsidiarium militem intercludant.*

65. *PROBL. I. SEMILUNAM,* seu *PARMULAM construere, sine vel cum Alis.* Fig. 9.

I. Resp. Signata Fossæ latitudine capiantur in oppositorum Propugnaculorum Faciebus duo puncta *p* & *q* ab angulo Humeri 4 vel 5 *hex.* remota. *2do:* Ex angulo Alæ intervallo *Gp* describatur arcus, perpendiculari DL occurrens, erit L vertex anguli Semilunæ. *3tio:* Regula ad L & p, tum ad L & q, applicata usque ad Fossæ initium ducantur Semilunæ *Facies* LX & LY; & denique *Semicolla* XZ & YZ. ZL est *Capitalis* Semilunæ. *4to:* Per parallelas signentur latitudines, Loricæ quidem 3, ambulacri 4, acclivitatis $2\frac{1}{2}$ hexapedæ. *5to:* Signetur Scabellum & accessus (*Rampe*). *6to:* Ducatur in 12 orgyarum distantia Fossa, Faciebus Semilunæ parallela, parte tamen angulum respiciente arcuata.

66. *II. Res.* Alæ Semilunæ sic construantur: Ex X in *b* transfer 10, in *d* vero 7 Hexapedas, punctaque *bd* junge (Conf. *Fig.* 27.) Idem fac in parte Y.

67. Schol. 1. *Intra Semilunam majorem quandoque* minor, *seu* Reductus (*Reduit*) *construitur* (Fig. 27.) *hoc modo: Assume Reductus Lineam Capitalem* = 15 *usque ad* 23 *hexap. inde duc Facies & Alas quoque Faciebus & Alis Semilunæ majoris parallelas. Datur Reductui plerumque Lorica murata duntaxat* $1\frac{1}{2}$ *pedis, incisuris instructa pro porrigendis Sclopis; Fossa Reductus* 4 *vel* 6 *hex. lata sit. Servit Reductus receptui militum e Semilunæ ab hoste ejectorum, qui eidem longiore etiam tempore negotium inde facessere poterunt, antequam in Semilunæ firmo tutoque pede consistat.*

68. Schol. 2. *Si Semilunam* Lunulis majoribus *tegere velis,* 1mo: *prolonga Facies XL & YL.* 2do: *fac OM* = 30, om = 15 *hexapedis; erunt OM & Oo Faciei; Mm vero &* mo *Semicollæ Lunulæ. Angulus Lunulæ O superare, minimum æquare debet* 60 gr. (§. 32.) *Habent Lunulæ suam Loricam cum Scabello & ambulacrum valli cum Talo, Fossamque sub dimensionibus iisdem, sub quibus Semilunæ. Quandoque Lunula fossa intermedia, Faciei MO parallela dividit: minori parti* md *æque ac Majori MD proprium vallum & Lorica datur. Denique productis Lunularum Semicollis* m*M* construetur facile parva Semilunula I, *si Semicollo cuique dentur* 10, *Faciebus vero* 12 *orgyia, fossa faciebus illis parallela, sit* 5 *vel* 6 *orgyiarum. Patet vero Lunulam* m*O Fossas a Faciebus Propugnaculi; Fossam vero intermediam* d*D a Facie Semilunæ R defendi. Semilunula* I *a faciebus Lunularum* m*O defenditur quidem, attamen occupata semel ab hoste Lunula* ex. gr. *MD, fossa Semilunulæ ex hac parte omnis defensionis expers est, hostiumque receptui aptissima; præterquam quod miles præsidiarius in hac Semilunæ* I, *Lunulis humiliore, existens, hostili ictui pateat. Idem est* (Fig. 7.) *de duabus ejusmodi parvis Semilunulis* G & H, *qua ex adverso Facierum Semilunæ majoris construi a quibusdam solent. Unde merito improbantur.*

69. *PROBL. II. Semilunam Propugnaculi* (*CONTREGARDE*) *Construere* Fig. 11.

Res. Constructis Semilunis Cortinæ A & B accipiatur hinc CD, inde EF = 16 hex. ducanturque Facies DH & FH parallelæ ad CG & EG. Vallum, Lorica & Fossa ducantur parallelæ ejus Faciebus. Ambulacrum valli fit duntaxat 3 hexap.

70. Schol. *Non sit latius ambulacrum, ut hostem, etsi in hac Semiluna jam constitutum, terra destituat tum pro faciendo suggestu ad quatiendas Facies Propugnaculi, tum pro sui adversus Propugnaculi ignem obvallatione. Semiluna Propugnaculi ejusque Fossa a Faciebus Semilunarum Cortina A & B defenduntur. Semiluna Propugnaculorum, quales olim fiebant, Alis quoque instruebantur; verum quia ha hosti deinceps servire possunt pro quatiendis Semilunis Cortina, nunc plerumque omittuntur. Usus & finis Semiluna hujus est, propugnaculum, cui præstruitur, simulque vicinorum Propugnaculorum alas, a quibus ipsa vicissim defenditur, tegere.*

71. *PROBL. III. OPUS CORNUTUM construere, ante Cortinam vel ante Propugnaculum.*

I. Res. (*Fig.* 13.) Ductis Propugnaculis & Fossa munimenti, *1mo:* In Perpendiculari CD indefinite prolongata cape eE = 130 hex. (vel 120) *2do:* Erecta super E Perpendiculari fac EF = EG = 70 hex. (vel 60). *3tio:* In Propugnaculorum oppositorum Faciebus AL & BH, sume LI = HI = 10. hex. & ex I ad F & G duc Alas seu *Brachia* MF & NG. *4to:* Fac EO = $\frac{1}{6}$ FG = 23 hex. (vel 20) *5to:* Duc lineas defensionis EP & GQ indefinitas, in iisque fac Faciem Propugnaculi FR = GS = $\frac{2}{7}$FG = 40 hex. (vel 35) Alasque, Fossam &c. more solito determina. (§. 49 seqq.)

72. *II. Res.* (*Fig.* 14.) *1mo:* In Propugnaculi Capitali De indefinite producta accipe eE = 130 hex. (vel 120). *2do:* Erecta ad hanc perpendiculari fac EF = EG = 70 hex. (vel 60). *3tio:* In adjacentium Semilunarum Faciebus sume LI = HI = 15. hex. & ex I ad F & G duc Alas MF & NG. *4to:* Fac EO = $\frac{1}{6}$FG = 23 hex. (vel 20). ceteraque ut §. præced. construe.

73. *PROBL. IV. OPUS CORONATUM construere ante Cortinam vel ante Propugnaculum.*

I. Res. 1mo: In Perpendiculari DC indefinite producta, sub radio = 150 vel 100 hex. (*Fig.* 15.) ex e duc arcum FEG, [illegible] apertura circini = 120. hex. interseca ex E in F & G, erunt ductæ FE & EG latera externa hujus Operis. *2do:* In Propugnaculorum Faciebus sume LI = HI = [illegible] hex. ceteraque ut in Opere Cornuto perage: Continis præstrue Semilunas P, P (§. 65.)

74. *II. Res.* Capitali indefinite producta radio = 150 hex. ex angulo Propugnaculi duc arcum, ceteraque ut Res. præc. perfice, nisi quod Alæ in Facies Semilunarum terminentur, ut in simili factum est (§. 72.)

75. Schol. De Operibus ultra Viæ Tectæ Loricam construi solutis (Fig. 10). *In locis aquosis præcipue, Loricæ Viæ Tectæ rursum Fossa parallela* (Avant-Fossé) *cingi potest: tum ex adverso angulorum recedentium* f *&* g, *ultra secundam hanc Fossam construuntur varii Reductus, Lunulæ, uti* h, i; *aut etiam Opera Cornuta vel Coronata, qua cum interiore Via Tecta communicant, vel* (*quod optimum*) *per cryptas subterraneas, vel per Fossas utrinque loricatas, & minimum in extremo Transversis* t, t (*hosti prospectum in Armilegia* f, g, *eripientibus*) *rectas. Ceterum in ejusmodi Operibus præter Principia Generalia TAB. III. itemque §§. 63 & 64 allata, observandum etiam est, ut sint eo loco modoque constructa, ut hostis ea impetere cogatur, & quidem in fronte seu Faciebus, neque ea quatere retrorsum, seu in Semicollis possit. Hinc melius angulis retractis, quam foras porrectis præstruuntur Lunulæ, cum in retractis constituta, angulos Loricæ extima seu Viæ Tectæ foras porrectos V* (*quibus sem- per primum imminet hostis*) *intra se quasi concludant & defendant, proinde necessit atem impetuant hosti, has pra ceteris operibus expugnandi. Nihilominus tamen & angulus foras porrectus V munire potest Loricæ propria* nVx (Fleche) *ita ut fiat* nV = Vx = 15 *vel* 20 *hex. Loricæ hæc si secundaria Fossa* (*Avant-Fosse*) *absit, propriam Fossam Vy,* 8 *vel* 10 *hex. latam acquirit. Ultra hæc ipsa Opera, tum ad arcendum longius hostem tum ad protegendos pontes, cataractas &c., construuntur adhuc magis dissiti Reductus, vel quadrati, vel Semilunæ, aut Propugnacula resecta* (Bastion de tachés) *imitantes; constantque fere sola Lorica, quam Fossa ambit; quandoque tamen Vallum habent* 3 *vel* 4 *hex. latum.*

76. *Def.* ARX, sive CASTELLUM, est munimentum majus, Quadratum, Pentagonum, vel denique Hexagonum, munimento primario adjectum, ad Cives in Officio continendos, aut perduelles castigandos, defensionemque munimenti primarii augendam. *Fig.* 16.

77. *Coroll.* 1. Igitur Castellum urbi, non vero hæc ulli illius parti dominetur, oportet.

78. *Coroll.* 2. Urbis pars Castello opposita, munitione careat, neque urbem inter, & castellum, ad sclopi jactum domus ulla intersit, ut sic nullum civibus adversus castellum munimentum sit. Spatium vacuum, urbi, & castello interjectum, *Esplanade* dicitur.

79. *Coroll.* 3. Fluvio item, urbem forte alluenti (ne castellanum præsidium commeatu interdici possit) & catarractis castellum dominetur: adeoque in medio urbis constitui non potest, verum ita, ut pars urbi immineat; vel tandem, si ob situs circumstantias, longius ab urbe removeri debeat, Opera habeat, per quæ urbi conjungatur.

80. *Coroll.* 4. Castellum majori cura, quam ipsa urbs, muniendum est; secus hostis occupando Castello unice intendet, quo obtento, Urbe facile potietur; non vice versa, occupata Urbe, Castello dominabitur.

81. *PROBLEM. Arcem munita urbi adjungere.*

Resol. Sit Arx Urbi jungenda in parte A, B, C, quam occuparent 3 Propugnacula lineis punctatis expressa. *1mo:* produc indefinite Capitalem *dB*, in qua (prout plus minusve immissam urbi Arcem cupis) assume punctum *c*, per quod eriges perpendicularem *ab*, in eaque capies *ac*=*cb*=90 hexapedis, ut sit totum *ab*=180 (§. 48.) *2do*: si Arcem cupis quadratam, ex §. 50 sume radium=127 *org.*, eoque ex *a*, & *b* fac intersectionem in *y*; erit *y* centrum Arcis, & circuli, cui Quadratum desideratum inscribes, juxta regulas TAB. IV. muniendum, adjunctis externis, queis opus fuerit, Operibus. *3tio:* denique Viam Tectam Arcis, urbi junge juxta lineas *a* A, & *b*C ex propugnaculis Arcis ad propugnacula urbis ductas, quæ *Linea Communicationis* dicuntur.

82. Scholion 1. *In Resolutione hac, Arcis Cortina directe obvertitur urbi; quodsi illi Arcis Propugnaculum imminere cupias, in eadem linea Yy assume punctum quoddam* c *pro Vertice Propugnaculi, tum radio* cy *in nostro casu*=127. *org. describe circulum, ceteraque, ut dictum, perfice. Lineas communicationis ad vertices Propugnaculorum urbis duces vel ex Semilunarum verticibus, vel ex medio duarum Cortinarum Arcis, qua ultimâ dispositio optima est.*

83. Scholion 2. *Linea Communicationis Aq*, & Cq (*nisi post* 50 *hexap. ab Arce distantiam*) *Vallum non habent, sed murum duntaxat campo obversum*, 4 *vel* 5 *pedes crassum, altitudine Vallo urbis æqualem, cui Lorica item murata*, 2 *pedes crassa*, 6 *alta superstruitur. Ex adverso linearum communicationis, seu ex parte Arcis commode Lunula objiciuntur*, ex. gr. *in spatio* rr.

84. Scholion 3. *Arces urbium maritimarum, urbi simul, & portui, & campo dominari debent. Earum figura a situ loci pendet.*

85. Scholion 4. *In interiore parte, seu corpore Arcis vel Munimenti cujuscunque* (Corps de la Place) *Templum, Gubernatoris ac militum civiumque habitacula, annonaria & armamentaria domus constituuntur ita, ut forum in ejus centro constitutum (idque vel quadratum, vel polygonum, Munimenti Lateribus parallelum) ambiant Templum; Gubernatoris, Civica & Nobilium, annonaria item & armamentaria domus. Foriarea pro numero militum Munimenti defensioni necessario* (Vide infra § 150.) *facile determinatur ex dictis in Planimetria, cuivis militi dimidiam hexapedam quadratam tribuendo. Forum Quadratum meliorem admittit domorum & platearum dispositionem, quam polygonum, versus quod platea juxta Radios ducuntur. Platearum dispositio patet ex* Fig. Munimenti TAB. I. *Præcipuarum latitudo sit* 8, *aliarum* 4 *hexapedarum; inter Talum interiorem & domos relinquitur spatium* 15 *hex. latum, quod occupant militum habitacula* (Cazernes, *MSM*) *a domibus civicis per plateam* 4 *hex. latam distincta; a Talo vero interiore* 2 *vel* 3 *hex. remota. Ante Portas* (*etiam Exteriorum Operum*) *amplius intervallum sit tum pro domibus Vigiliarum* (Corps-de-Garde) *tum pro coligendis ante eas militibus. Porta, solido fornice per Valli latitudinem ducto, plerumque medio Cortinæ, loco Munimenti maxime defenso, inseruntur* (Fig. 27.) *In medio fornicis series rignorum* (Fallbäume, Orgues) *sibi fere contiguorum & inferne ferrea cuspide armatorum, e catenis singula (potius quam transversis rignis connexa) suspenduntur, quæ demissa Porta quasi repagulum sint. Portis præstruuntur Pontes lignei, per Exteriora etiam Opera, non tamen directa serie (quod & in ceteris viis observandum) perducti, ne omnes simul recta ab hoste inspici queant. Una pontis cujusvis pars fixa est* (Pont-dormant) *altera versatilis* (Zug- vel Fallbrücke, Pont-levis) 12 *vel* 15 *pedes longa. Extremum Pontis portam obtinet, e tignis* 7 *ped. altis*, 5 *vel* 6 *dig. latis compositum.* V. Belidor. l. c. L. IV. c. 5. seqq.

86. I. Principium. Altitudo Valli *supra loci Horizontem* XA (Fig. 22.) *usque ad Torum muralem* N *communiter assumenda est trium Hexap. Nam Vallum valde altum melius quidem tegit urbem, militique amplius subjecta regionis spatium aperit; attamen* Imo: *ejus constructio & conservatio magnorum sumtuum est.* 2do: *Ictui hostili est magis expositum, nisi Externa Opera etiam admodum elevata sint, vel valde distantia; vel demum Lorica declivitas justo major (proinde superior ejus pars sustinendo Tormentario globo impar) fieri deberet; ut in Externa Opera prospectus & defensio obtineatur.* 3tio: *Sclopi ictus versus Horizontem nimis inclinatus multo pauciores petit, terraque prius immergitur; Tormenti vero directio sub angulo deorsum tam acuto, difficilis simul est, & Tormenti Canterio seu lectica* (Affut, Lafeten) *nocivus. Mediocris, nempe* 3 *hexapedarum altitudo enumerata incommoda evitat, neque tamen facilem hosti accessum reddit; si Fossa, sicca quidem itidem* 3 *hexapedis; aquosa vero minimum una hexapeda infra eundem horizontem deprimatur.*

87. II. Altitudo Loricarum *sit* 6 *vel* 7 *pedum, e quibus* 2 *circiter Scabello obveniunt; reliqui Corpus militis praesidiarii tegunt. Humeri & caput antepositis Corbibus terra repletis, riteque dispositis* (Tab. V. F. 33.) *protegi possunt.*

88. III. Externorum Operum Semicolla *Loricas non habeant, tum ne praesidiariis necessarium in ea prospectum eripiant, tum ne hostem, tali Opere jam potitum, tegant.*

89. IV. Valla Operum Externorum *hosti obversa eo debent esse humiliora, quo sunt remotiora a Vallo primario, ita quidem, ut Vallum* ex. gr. *Semilunae sit* 3 *pedibus demissius, quam Vallum Cortinae; Vallum Perspicilli* 3 *pedibus demissius quam Vallum Parmulae &c. Quo facto valla vicinora remotioribus, omnibusque simul primarium Vallum dominabitur. Vallum Forcipula lineam horizontalem attingit plerumque.*

90. Schol. *Quidquid est terrae ruderumque aggestorum in Operibus seu in- seu externis, est vel muro* (Revêtement) *undique circumdatum* (revêtu) *vel aliqua solum parte* (à demi-revêtu) *vel solum caespite tectum* (Gazonné). *Pro primo & secundo casu muri aque ac erismatum* (Strebepfeiler éperons, Contreforts) *post* 15 *quosque pedes locandorum dimensiones sequens tabella ad Vaubani mentem & Reliduri correctionem exacta in pedibus & digitis exhibet.* (Fig. 8.) AB *est Latus muri externum;* CD *internus seu terram ambiens;* m n o p *est Erismae;* m n *Radix;* o p *Cauda;* r s *Longitudo erismatis dicitur.*

Altitudo muri NO	10	20	30	40	50	60	70	80
Latitudo muri suprema IN	4. 0	4. 6	5. 0	5. 6	6. 0	6. 6	7. 0	7. 6
Latitudo muri Fundament. tQ	6. 0	8. 6	11. 0	13. 6	16. 0	18. 6	21. 0	23. 6
Longitudo Erismatum	4. 0	6. 0	8. 0	10. 0	12. 0	14. 0	16. 0	18. 0
Radix Erismatum	3. 0	4. 0	5. 0	6. 0	7. 0	8. 0	9. 0	10. 0
Cauda Erismatum	2. 0	2. 8	3. 4	4. 0	4. 8	5. 4	6. 0	6. 8

91. *PROBLEMA. Exhibere Sectionem* (Profil).

Sit (*Fig.* 10.) pars Munimenti Regularis, fingaturque secta juxta lineam XAZ, etsi compositam. Cum constent partium singularum altitudines ex §§. praeced. Latitudines vero ex TAB. IV. vel ex typo Ichnographico desumi possint, facili negotio partium Sectio in pedibus exhibebitur, quae ob chartae angustias juxta Lineas XAAZZ connexa concipi debet. Nempe 1*mo*: Duc Linea Horizontalis partem XA, quae repraesentet ipsum Planum horizontale, cui locus insistit. 2*do*: Fiat Scala proportionata tum chartae, tum distinguendis partibus. 3*tio*: Fac XC = 24. *ped.* & perpendicularem CD = 18. cui demes partem VD. = 2. *p.* pro aliqua Ambulacri ad demittendam pluviam declivitate. 4*to*: Duc ipsi XC, parallelam indefinitam DN, ex eaque accipe partem DE = 30 *p.* 5*to*: Super E erige perpendicularem EF = 2. *p.* 6. *dig.* & duc FH priori DE parallelam, facque FI aque ac IH = 4 *p.* tum signa acclivitatem Scabelli Et. 6*to*: Erige perpendicularem HG = 4 *p.* 6 *dig* & duc GL. parallelam ad FH. & fac GK = 1 *p.* 6 *dig.* pro determinanda acclivitate Loricae interna HK. 7*mo*: Fac KL = 3. hex. & ex L. demitte indefinitam perpendicularem LO, in eaque cape LM = 3 *p.* pro determinanda declivitate Loricae KM (*NB.* Haec Loricae declivitas variat, nempe KM producta terminari debet in opposita Via Tecta) 8*vo*: Ducto per N semicirculo, cujus diameter circiter 1 *p.* 6 *dig.* notetur Torus muralis. 9*no*: Fac NO = 36 *p.*; & duc parallelam indefinitam OY 10*mo*: Fiat OP = 7, ducque Valli acclivitatem ext. NP. 11*mo*: Ob NO = 36. fac (§. 90.) Nt = 5 vel $5\frac{1}{4}$; ts = 9 & ductis ad No parallelis tt$ & s$T, fac tQ = SR = 13; QR vero circiter 12 (*Confer* 6. 48. *Arch. Civ.*) 12*mo*: Fiat Latitudo Fossae hn = 18 &c.

92. Fig. 24. exhibet Fossae utrinque Loricatae (*Caponiere*) Orthographiam.

TAB.

93. I. *Univerſim.* Etſi Architectus Militaris eam conſtruendis Operibus materiem adhibere debeat, quam regio, locique ac temporis circumſtantiæ concedunt, firmitati tamen undique quam maxime conſulat oportet, principiis etiam ex Archit. Civ. petitis. Equidem murorum Opera conveſtientium & Eriſmatum dimenſiones datæ jam ſunt §. 90; hæc tamen præterea obſervatu digna ſunt, videlicet murum Foſſitio, vel ſecto lapide conſtructum præter ſumtus id habere incommodi, quod globorum vi, magna ſtatim ſui parte hiet, ruptiſque fragminibus tum præſidiarium militem impetat, tum Foſſam oppleat. Lateritius e contra haud multo majus globo foramen recipit: Vallum denique aut Lorica ſolo ceſpite tecta præter idem commodum ſumtus ſimul minores habet. Verum cum Vallum ſolo ceſpite veſtitum (quale cum dimenſionibus ſuis exhibet *Fig.* 25) majorem Talum requirat, adeoque facilius ſcandi ab hoſte poſſit, eidem in ipſo Loricæ pede palorum, 8 vel 9 pedes longorum ſeries (Gallis *fraizes*, P) circumdari ſolet, qui ultra ſui dimidium terræ infixi, & tranſverſis trabibus *r* connexi, vertices quaqua verſum porrectos verſus Foſſam deorſum aliquantum reclinant, ut ſic inclinati illapſas forte hoſtiles Bombas & Granatas in Foſſam demittant. Hæc palorum ſeries ſimul militi transfugia prohibet. Solet quidem & Foſſæ Margo *bf* ejuſmodi palis, attamen ſurſum erectis *g*, vel etiam vivo, ut ajunt, ſepe, id eſt, plantata arborum ſerie muniri; quæ munitio, in locis præcipue paluſtribus præclari uſus eſt.

94. *Coroll.* Ex his rite perpenſis ſequitur, Vallum ſemi-veſtitum, *demi-revêtu* (quale in muniendis Neo-Briſaci Forcipulis, atque Cortinarum & Propugnaculorum Semilunis elegit Vaubanus *Fig.* 23) ceteris fere præferendum eſſe.

95. II. PROPUGNACULUM *Vacuum* dicitur, quando latus Valli internum ejuſque acclivitas ducuntur Faciebus & Alis parallela, ut in Propugnaculis A, B, I *Fig.* 6, 7, 9. In his Propugnaculis pulveris pyrii, annonæ & armorum promptuariæ, *Magazins*, conſtitui ſolent (melius fortaſſe juxta Cortinam conſtituenda ob §. 34) 10 hexapedas longa, 6 lata 8 pedes alta: breviorum laterum craſſities in fundamentis fit 5; ſuperne 4 pedum; longiorum vero in fundamentis 9 vel 10; ſuperne 8 pedum. Longiora latera firmantur 4 vel 5 eriſmatibus 6 pedes longis, 4 latis. Fornix Semicircularis muris impoſitus & Bombarum vi par, verſus faſtigium 8 vel 9, inferne 3 duntaxat pedes craſſus eſt.

Propugnaculum *Plenum* dicitur, dum latus Valli internum terminatur Vallo Cortinarum producto, ut in *Fig.* 11. In ejuſmodi Propugnaculis conſtitui ſolent Suggeſtus altiores (*Cavaliers*) quos olim circulares; alii lateribus, Magiſtrali parallelis, ut *abcem*; alii, ſpatio parſuri, in formam arcus *abn* fecere; alii demum ob §. 34 aptius in Cortinis conſtruunt. Altitudo horum Suggeſtuum pro ſitu aliorum Operum variatur. Suggeſtuum horum finis eſt, dominari latius, hoſtemque eminus ſpectare, ignemque multiplicare. Ceterum quantitas terræ conſtruendo Vallo neceſſaria in praxi decernet, Vacuumne an (quod præplacet) Plenum Propugnaculum conſtruendum ſit.

96. III. ALÆ humiliores, *Places baſſes* (quales habent *Anonymus* Gallus *Blondel*, *Borgsdorff*, *Ozanam*, *Pagan*, *Speckle*, *Cocborn*, aliique) interjecta Foſſa ab altioribus ſejungendæ ſunt, tum ut hoſtiles Bombæ minus obſint, tum ne Ala inferior delapſis e ſuperiore ſaxis & terra obruatur. Olim in Alis ſuperioribus ſeu tectis cryptas ſubterraneas arcuatas (*Casemattes*) fecere, inciſuris inſtructas; verum *1mo:* fumus machinarum ſolutione in his cryptis cauſatus tolerari vix poteſt. *2do:* Bombæ eas, cumque ipſis magnam Alæ partem facile diruunt.

97. IV. FOSSA terminari poteſt ex R in Alæ punctum *e* (*Fig.* 6.) 3 vel 4 hexap. ab Humero *e* remotum: tum quia aliunde Lorica Humeri tantundem ſpatii in ipſa Ala occupat (§. 51) tum quia ſic ducta Foſſa ſimul facit, ne hoſtis ex eodem ſuggeſtu, ex quo Alam quatit, Humerum ſimul impetere poſſit. Si Foſſa Faciebus Propugnaculi, & multo magis, ſi Cortinæ ſimul, parallela duceretur, uti *pyssxm*; patet in primo caſu Alæ partem *ec*; in ſecundo totam Alam *ae* defenſioni oppoſitæ Foſſæ & Faciei BT inutilem fore. Hic Veterum quorumdam error fuit. Unde ſimul patet, Foſſam Cortinæ Foſſa Facierum latiorem eſſe debere. Demum ſi Foſſa in punctum quoddam *r* Faciei oppoſitæ *el* terminaretur, pars *cr* ab hoſte ex duobus ſimul Viæ Cooperæ locis R & *s* impeti poſſet.

98.

98. Foſſa juſto Latior & profundior *1mo*: nimio labore & ære conſtat. *2do*: nimium lata pedem Valli æquo citius offert conſpectui hoſtium; nimium profunda difficulter per Alarum Tormenta defenditur. Cæterum Foſſæ Latitudo & profunditas pendet a copia terræ conſtruendo Vallo, aliiſque operibus neceſſaria; ſemper tamen ejus Latitudo ſit ejuſmodi, ut miles in Loricæ Vallaris ſcabello conſiſtens Viam Tectam inſpectare poſſit.

99. Optima Foſſa eſt, quæ ſuperatis Siccæ, ut ajunt, Defenſionis Operibus omnibus ab hoſte jam occupata, Cataractarum ope pro libitu aqua repleri poteſt. Si latior (*ex gr.* 20 *vel* 30 *hexapedarum*) fluvius urbem alluat, per Fornicem in Cortinæ (ut ab Alis defendatur) pede ſtructum, recta ſecundum latitudinem Foſſæ deducitur, ne per ejus longitudinem delabens, limum aggerat. Oſtia, per quæ fluvius decurrit, ferreis clathris, catenis, aut palis obmuniri debent. Foſſa aquoſa obſeſſis eruptiones, & communicationem cum Operibus externis; oppugnantibus vero acceſſum & ſtruendas inſidias difficiliores reddit, quam Foſſa ſicca.

100. Ad cohibendam in Foſſa aquam repagulum muratum (*Batardeau*, r, *Fig.* 12.) conſtrui ſolet, 15 vel 18 pedes craſſum, nunquam Viæ Tectæ Lorica altius, ne ab hoſte eminus conſpici impetique poſſit. Conſtruitur vero in angulis prominentibus (*ſaillans*) quia in omni alio loco, tegendo hoſti ſerviret. Superne tectum diſpluviatum habet, Gallis *Cape* dictum; per quod ne tranſitus, ſeu deſertori militi ſeu ſpeculatori hoſtili pateat, ejus medium turricula 6 vel 7 pedes lata totidemque alta occupat. In Typo Ichnographico ſignatur per lineas parallelas; quarum media tecti faſtigium, circulus vero turriculam repræſentat.

101. V. FORCIPULÆ ſubſtitutæ ſunt Vallo inferiori (*Fauſſebraye*) rejecto, *1mo*: quia Facies *illius* ex Via Tecta, ejuſque Lorica ſecundum longitudinem ſuam inſpici (*être enfilées*) poterant. *2do*: Quia fragmina e ſuperiore Vallo quaſſato delapſa hujus ambulacrum & conſiſtentem in eodem militem obruebant; quanquam malo huic, uti & Bombarum injectarum furori interjecta foſſa mederi poſſit (*Conf.* §. 96.) *3tio*: Quia transfugia adjuvabat. *4to*: Aſſultum hoſtilem faciliorem reddebat. Caret his erroribus Forcipula, præcipue alis, *te* & *ud* (quæ nempe ex occupata ſemel Semiluna R inſpici ab hoſte poſſent, *Fig.* 9.) deſtituta; ſimul tamen, uti Vallum inferius, vicinioribus, quam Vallum ſuperius magiſque radentibus ictibus, Foſſam defendit.

102. VI. CAPONIERE, ſeu Foſſa utrinque Loricata præſidiario militi ſecuros certoſque in hoſtem Foſſæ ſe immittentem ictus, tutumque ex interioribus in exteriora Opera acceſſum præbet, & ex his in interiora receptum. Si fumo remedium fiat, Foſſæ hæ ſuperne tignis, terraque aut etiam murato fornice tectæ, in lateribus vero inciſuris inſtructæ, uti olim, nunc quoque uſum haberent.

103. VII. VIA TECTA Horizonte loci demiſſior fit, quando Foſſa ſufficientem terræ copiam non ſuppeditat; & tum ejus Lorica duplex Scabellum acquirit. Pali (*Paliſſades*) 3 fere pedes terræ infixi, dimidium pedem lati, nec niſi quantum transmiſſio ſclopi requirit, a ſe invicem diſtantes, ut eo firmiores ſint, etiam tranſverſo, horizontali tigno (*Linteau des Paliſſades*) nectuntur: Loricam non niſi quibusdam digitis eminent, ne eminus tormentis impeti decutique poſſint.

104. VIII. *Via Tecta* & *Foſſa Secunda* (*Avant-Chemin-Couvert*, & *Avant-Foſſé*) ſæpe plus obſunt, quam proſint; cum ſemel occupatæ hoſti tegendo commodent.

105. I. SEMILUNARUM eſt poſtpoſita ipſis Opera tegere: earum Alæ ſimul Foſſam & Viam Tectam Propugnaculis oppoſitam defendunt. *2do*: Facies Semilunarum non terminantur in ipſos angulos Humerorum, ſed ad puncta (*p* & *q*, *Fig.* 9.) 4 vel 5 hexapedis, nempe ultra latitudinem Loricæ Alæ remota; ut Semilunæ, inſtar alarum ſint partes Propugnaculi *pk* & *qk*. *3tio*: Maxima, quam Semilunæ vertici L dare licet, diſtantia a Facie Propugnaculi innoteſcit conſtructo ſuper *pq* △ æquilatero; tum enim angulus ad *l* jam fiet 60 *gr*. (§. 68. *Geom.*) quo minor in Munitione non admittitur. *4to*: Pro Foſſæ & Facierum Semilunæ defenſione augenda, prope harum terminos conſtruuntur Loricæ Tranſverſæ *ff*, etiam foſſa, ſi libet, & palorum ſerie munitæ.

106. II. OPUS CORNUTUM & CORONATUM tum ob ſumtus, tum quod ſemel occupata hoſti deinceps uſui eſſe adverſus obſeſſos poſſint, merito improbantur, niſi loco apprime apto & ita conſtructa ſint, ut, etſi ab hoſte jam occupata interiorum Operum igni pateant. Quod ſi ejusmodi ſint, uſum habent egregium in parte aliqua ſoli vicini (*ex gr.* inter urbem & fluvium, interjecti) cum Munimento conjungenda & includenda.

107. Operum horum Alæ ſeu Brachia ab oppoſitorum Propugnaculorum, vel (ſi his præſtruantur, *Fig.* 14.) a Semilunarum Faciebus defenduntur; cetera per ſe invicem. Unde NG æque ac *FG* jacta ſclopi longiores eſſe nequeunt (§. 8.) Si, quod nonnulli faciunt, Operum horum Brachia inſiſtant ipſis Faciebus Propugnaculi, ante quod conſtruuntur, anguli F & G fiunt nimis acuti contra §. 32.

108. Augetur Operum horum Defenſio *1mo*: Regreſſionibus in utriuſque Brachii extremo M & N factis, ad Facies Semilunæ X perpendicularibus (*Fig.* 13.) quarum Foſſa cum Foſſa Semilunæ communicans, 7 vel 8 *hex.* lata, aſt ſolum 10 vel 12 *pedes* profunda fit, ut ejus pes e vicina Semiluna X inſpici meliuſve defendi poſſit: Foſſa hæc inſuper muniri poteſt Via Tecta *a*, *a*, *in Figg.* 13 & 15 punctata. *2do*; Semiluna E Foſſam itidem 7 vel 8 hex. latam habet.

109. Dum Brachia Operis Cornuti verſus Corpus ſeu interiora Munimenti convergunt, Opus tale Cauda hirundinis, *queuë d'hironde* vel *d'hirondelle*; dum vero foras convergunt, Cauda hirundinis inverſa, *Contrequeuë d'hironde* appellatur: denique Opus duabus Forcipulis ſimplicibus conjunctis conſtans (fere ut *Fig.* 18, ut tamen medius angulus C magis quam A & E foras promineat, brachiaque verſus interiora convergant) dicitur *Bonnet à Prêtre*.

110. III. CUNICULI (**Minen**, *Contre-***Minen**, *Confer.* §. 9.) maxime formidanda oppugnatoribus, oppugnatis maxime proficua & validiſſima, finique Munitionis (§. 2.) præ ceteris maxime ſatisfaciens Defenſio, primam ſibi merito curam depoſcunt, præprimis in Viæ Tectæ Lorica, ultraque eam & eo, quem dat Villeneuve (*Traité d'Artill. P. II. C.* 5 & 6.) modo poſiti, & quaqua licet, multiplicati, *Fougaſſes*. Ceterum fiunt Cuniculi in horizonte Foſſæ in Faciebus & Alis Operum tum In-tum Externorum, uti exhibet *Fig.* 12. in qua *m*, *m* furnos; *n*, *n* cryptas communicationis (*Galeries*) indicant. Qua a crypta communicationis majore *Rami* exeunt, portæ conſtituuntur, ne hoſtis aliqua cryptæ parte potitus, libere toti dominetur: item in ſingulis fere cryptarum flexibus Armilegia quadrata, 6 pedes lata, conſtruuntur, in quibus facto aggeſto terreo præſidiarii adverſus hoſtiles cuniculatores ſe defendant.

111. IV. COMMUNICATIO, res magni momenti, fit ex Propugnaculi quidem Humero in Alam humiliorem per ſubterraneam viam, *Poterne*: Ex Valli Cortina in Forcipulam rurſus per cryptam, cujus porta a Forcipula omnino tegi debet: Ex Forcipula in Semilunam per *Foſſam* utrinque Loricatam, *Caponiere*: qua vero Opera hæc aliaque Exteriora ſcanduntur, vel acclives acceſſus (*rampes*) fiunt, vel ſcalæ, *Pas de Souris*. In Foſſis aquoſis Communicatio obtinetur Pontibus mobilibus, vel navalibus, vel denique fixis; quanquam hi Obſidionis tempore multis incommodis laborent.

112. V. SUGGESTUS Tormentarii in Operum præcipue angulis conſtrui ſoliti, Gallis audiunt *Bateries à barbette*.

113. VI. SPECULÆ Militares (**Schildthäuslein**, *Guerites*) conſtruuntur in angulis Operum prominentibus *V. Belidor l. c. L. IV. c.* 7.

II. Van-

114. II. Vaubani Syſtema dicitur, quod in *Betfordia* & *Landavia* muniendis adhibuit: nempe ductis indefinite Hexagoni Radiis γA, γB, factoque Latere interno $ab = 120$ *hex.* fiat 1*mo:* $aH = bG = 4$ *hex.* 2*do:* Ad Cortinam perpendiculares eH & $fG = 6$ *hex.* 3*tio:* Ex e & f erigantur ad Capitalem perpendiculares ec & fc. 4*to:* Duc $f\beta = fc$, item $ea = ec$, dimidias Turres Munitas, *Tours Baſtionnées.* 5*to:* Duc fa & $e\beta$. 6*to:* Fac $aA = \beta B = 39$ *hex.* 7*mo:* In Latere interno cape $ad = bd = \frac{1}{4}ab = 30$ hexapedis, erigeque indefinitas perpendiculares dE & dF. 8*vo:* Duc Lineas Defenſionis AG & BH. 9*no:* Fac $di = 1$ *hex.* & duc $iE = iF$, ceu Alas Propugnaculorum ſejunctorum (*Baſtions detachés*) ſeu Semilunarum Propugnaculis præſtructarum, *Contregardes.* 10*mo:* Fac $gk = hk = 10$ *hex.* 11*mo:* Pro Foſſa Turrium Munitarum Radio αx & $\beta x = 7$ *hex.* duc arcum, ejuſque ex k Tangentem. Semilunarum dictarum Foſſa & Forcipula deſcribuntur, ut in I. Syſt. 12*mo:* Semilunæ XLY Capitalis ZL fit 45 (*vel* 50) hexapedarum, e quibus 15 (*vel* 20) dantur Capitali Reductûs *Zl.* 13*tio:* Pro ducendis Semilunæ Faciebus, ex Faciebus Semilunarum Propugnaculis præſtructarum accipiatur pars $Fq = Ep = 10$ *hex.* Facies Reductus ducuntur Faciebus Semilunæ parallelæ. 14*to:* Foſſa Reductus ſit 5 vel 6; Foſſa Semilunæ 12 *hex.* Reliqua ut in Syſt. I.

115. III. Vaubani Syſtema eſt Munitio *Neo-Briſaci*, ob duplicem cinſturam etiam *redoublé* dictum: (1*mo:* Fiat Latus Polygoni (hic Octogoni) $= 180$ *hex.* 2*do:* In ejus medio C erigatur indefinita Perpendicularis, in eaque accipiatur $CD = \frac{1}{6}AB = 30$ *hex.* 3*tio:* Ducantur per D Lineæ Defenſionis BH & AG. 4*to:* Fiant Facies Semilunarum AE & $BF = 60$ *hex.* 5*to:* Radio EF, ex E per F ducatur arcus, in eoque capiatur Chorda $Fg = 22$ *hex.*; eodem modo determinetur Ala Eb ex F. 6*to:* Per g & b duc $\alpha\beta$ uſque ad Radios Polygoni, huicque parallelam ab 9 *hex.* diſtantem, ceu Latus Polygoni internum, ſuper quo conſtruantur Turres Munitæ. 7*mo:* Fac Semicolla aH & $bG = 7$ *hex.* tum ſuper G & H erigantur perpendiculares $Al\alpha = 5$ *hex.* ducanturque Turrium Facies. 8*vo:* Prolonga nunc ductas Alas introrſum ad $4\frac{1}{2}$ *hex.* & duarum Alarum ſic productarum extrema junge, relicta ſolum in medio apertura ſeu aditu 9 pedes lato. 9*no:* Ex puncto, in quo Perpendicularis CD ſecat Latus internum ab, cape introrſum 5 *hex.* & per nunc determinatum punctum ex G & H duc interiores Lineas Defenſionis Gc & He, tum produc Semilunares Alas Fg & Eb uſque in c & e, & junge ce, partem Cortinæ retractam, cujus Alæ erunt cc & ee; He vero & Ge quaſi Facies. Cetera patent ex Fig. & Syſtemate I.

116. Scholion. *Turres Munita tum in medio, tum juxta ſuas Alas & Facies, cryptas habent arcuatas Bombarum vi pares, qua tum protegendo Oppugnationis tempore militi reique annonariæ & bellicæ ſerviunt, tum etiam conſtituendo Tormento, quod ex parte Ala per inciſuram, horizonte aqueo aliquantum altiorem, tutum adverſus hoſtem ictum habet. Lorica Turrium Munitarum murata, eſt* 8 *pedes lata,* 6 *alta, & inciſuris pradita. Ambulacra Valli primarii aque ac Semilunarum Propugnaculis præſtructarum ſunt* 6; *Semilunarum vero Cortinis præſtructarum* 4, *Reductum denique,* 3 *hexapedarum. Quavis Turris Munita* 16, *Cortina & Semiluna Propugnaculi* 12, *Reductus* 9, *Semiluna Cortina* 6 *pedibus ſupra loci horizontem eminent, non computata impoſitarum iis Loricarum altitudine. Semiluna utrinſque ſpeciei, itemque Forcipula ſemi-veſtita ſunt* (V. §. 94.) *Ampliorem ultimi Syſtematis deſcriptionem vide in ſape laudata* Belidori *Science des Ingenieurs L. VI. Ceterum & in hoc Syſtemate culpatur* 1mo: *duplo, quam in aliis pleriſque, pretioſior Conſtructio.* 2do: *fumus, non obſtantibus cryptarum ſpiraculis, a machinarum ſolutione, etſi bina ſolum vel terna, in Munitis Turribus intolerabilis.* 3tio: *Turres ha, ob defenſionem ex earum inciſuris præſtandam, ultra Exteriorum Operum Loricas juſto altius eminentes, hoſtili ictui eminus patent.*

117. Ars hæc uti frequentioris uſus, ita Regulari utilior eſt. Eo tamen recidunt omnia, ut Munitionis Regularis Principiis, TAB. III. allatis quam proxime conformis ſit, nec tamen nimiorum ſumtuum.

118. Schol. *Si urbs Vallo vetere jam cincta, munienda ſit, methodo muniendi a Latere Externo introrſum* (en dedans) *præferenda eſt methodus muniendi a Latere Interno foras* (en dehors.) *Licet enim methodus prior in praxi Regulari facilior, ſemperque exactior ſit, in Irregulari tamen vix unquam Cortinarum ſitus Propugnaculis apte reſpondebit, ſi ea utaris. Pro poſteriore muniendi methodo ſequens ſit tabella, qua quantitatem Semicolli in partibus Lateris interni, & angulum Defenſionis interiorem in gradibus exhibet.*

119.

Polygonum	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Linea recta
Angulus Figuræ	90	108	120	128. 34	135	140	144	147. 17	150	0
Semicoll. Lat. interni	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}+$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}+$	& in ceteris		
Ang. Defenſionis inter.	$13\frac{1}{2}$	$15\frac{1}{2}$	$18\frac{1}{2}$	& in ceteris						20

120. *PROBL. I. Munire locum facto initio à Laterne Inter.* Fig. 5.

Reſ. 1mo: Super Hexagoni Latere interno *ab*, quod ſit *ex. gr.* 120 *hex.*, determinetur Semicollum $aH = bG = \frac{2}{9}\,ab$ fere $= 26$ *hex.* *2do:* Fac Angulum Defenſionis interiorem $BHG = AGH = 18\frac{1}{2}$ *gr.* (§. 119). *3tio:* Super biſecta *ab* per Linearum Defenſionis interſectionem D, erige Perpendicularem *dC*, in eaque cape $DC = 30$ *hex.* ut ſupra §. 50. *4to:* Per C duc Lateri interno *ab* parallelum Latus externum AB, ceteraque ut loco cit. perfice.

121. *PROBL. II. Munire locum irregularis figuræ, nullo adhuc valo cinctum:*

Reſ. 1mo: Fiat exacta loci Ichnographia, dimenſionibus Scala majore determinatis pro meliore partium diſtinctione. *2do*: Relicto circa loci perimetrum, tum pro domibus annonariis & militaribus, tum pro Valli latitudine, circiter 25 *hex.* ſpatio circumſcribatur Polygonum irregulare, cujus latera lateribus loci ſint parallela. Si Polygonum hoc a Regulari non multum abludat, circumſcribatur illi circulus: tum ex Scala Ichnographiæ adjecta cape minimum 120 *hexapedas* pro Latere interno, idque toties quoties in circuli peripheria transfer, donec Polygonum obtineas aut omnino, aut prope Regulare ſeu æqualium laterum, quorum tamen nullum 120 *hex.* minus, nullum 150. *hex.* majus ſit (§. 28.) Hoc ſuppoſito Polygonum hoc, utpote Regulare, methodo Regularium munies. Si vero Polygonum loco circumſcriptum a Regulari multum abſit, curandum eſt, ut omnes Propugnaculorum angulos quamproxime æquales (non tamen juſto majores aut minores, §. 32.) nanciſcaris, nimis acutorum crura verſus verticem decurtando, nimis obtuſorum prolongando. Munitionem vero perages fere ſequentis Problematis methodo.

122. Schol. *Si Latus quodpiam*, ex gr. *fluvio adſitum, inſolitæ longitudinis fieri neceſſe foret, non ſolum in extremis, verum etiam in ejus medio Propugnaculum conſtrui debet, quod Galli* Baſtion plat. *utpote ſuper linea recta conſtructum, appellant.*

123. *PROBL. III. Munire locum Vallo vetere jam cinctum.*

Reſolutio Prima, uti & *Exg.* 32 eſt Blondi: menſuræ ſunt *in hexapedis* 1. Quia Latus $AB = 225$ *hex.* adeoque juſto longius (§. 28.) circa ejus medium L *Propugnaculum planum* conſtituendum eſt. Et quia hinc $AL = 112$, angulus vero $A = 142$ *gr.* adeoque fere angulus Enneagoni, accipe ſemicollum $AM = NL = \frac{1}{4}AL = 28$. *2do:* Fac angulum Defenſionis interiorem $NMa = 20$; MN*b* vero, utpote Enneagoni angulo A reſpondentem $= 18\frac{1}{2}$ (§. 119.) & duc indefinitas Lineas Defenſionis M*a* & N*b*. *3tio*: Ex M & N ſub angulo 100 graduum duc Alas M*e* & N*d*. Sub iisdem dimenſionibus determina *a*P & O*e*.

II. $BC = 150$. *1mo:* Ob angulum $B = 161$, fac $BQ = \frac{1}{4}BC = 37$ vel 38; & ob angulum $C = 131$, fac $CR = \frac{2}{9}BC = 34$ (vel quia ſequens latus aliunde breve eſt, $= 37$) *2do:* Angulum interiorem RQ*f*, itemque QR*e* $= 18\frac{1}{2}$, & duc Lineas Defenſionis Q*f* & R*e*. *3tio:* Rurſum, ut ſupra, & deinceps ſemper duc Alas ſub angulo circiter 100 *gr.*

III.

III. CD=110. 1*mo:* Ob angulum C=131, fac CS=$\frac{2}{9}$CD=24; & ob angulum D=98, fac DT=$\frac{1}{6}$CD=18 vel 19. 2*do:* fac angulum interiorem TS*g*, Propugnaculo D oppositum =13$\frac{1}{2}$, ast angulum ST*f*=18$\frac{1}{2}$, & duc Lineas Defensionis T*f* & S*g* &c.

IV. DE=134. 1*mo:* Ob angulum D=98, fac DU=$\frac{1}{5}$DE=22; & ob angulum E=104, foret EW=$\frac{1}{5}$DE=27; verum quia sequens latus EF est solum 36 *hex.* (§. 28.) totum Propugnaculum E in latere ED collocetur, ut ne tamen Cortina WU fiat minor 60. *hex.* 2*do;* Fiat angulus interior UW*g*=13$\frac{1}{2}$, ast WU*h*=15$\frac{1}{2}$ & duc Lineas Defensionis, Alasque.

V. Quia latus EF ob brevitatem suam Propugnaculum non capit, simul tamen oppositum Propugnaculum G defendit, fiat solum angulus interior EF*h*=13$\frac{1}{2}$ *&c.*

VI. Ob easdem rationes, & cum aliunde ab adjacentium Propugnaculorum Alis defendatur, lateris FG angulus F munitione alia non eget. Attamen ob G=118, 1*mo:* fac GX=$\frac{1}{5}$ GF=24, 2*do:* angulum internum GF*l*=18$\frac{1}{2}$, & duc Lineas defensionis *&c.*

VII. Duo latera GH & HI mutuæ defensioni inepta sunt, ut patet. GH=160. 1*mo:* Ob angulum G=118, fac GY=$\frac{1}{5}$GH=32; Semicolli vero HZ ea sit longitudo, ut ducta (sub angulo YZ*l*=20) ex Z Linea Defensionis Z*l* jactum sclopi non excedat, quod Scala te docebit; hoc enim si foret, Semicollum HZ longius assumi deberet, *ex. gr.* H*p*, ducique *pi* priori Z*l* parallela; quo facto simul opposita Defensionis Linea F*l* in breviorem F*i* abibit. Demum fiat *pq*=20 circiter, ducaturque Y*q*.

VIII. Angulus I sic muniri potest. 1*mo:* Fac H*r*=20 vel 30, & duc Alam *rs* angulum I defensuram. 2*do:* in adverso latere IK construe Propugnaculum K, a cujus Ala *z*, *z* pariter defendetur angulus I. Et quia facta hac constructione anguli *r* & *z* defensione carent, fac 3*tio:* angulum *urt*=13 circiter, & prolonga Y*q* usque in *t*; tum duc alam *tu*. Idem fac super latere IK, ducendo Alam *x*, *x*. Melius, sed majoribus impensis muniri potest angulus I Opere Cornuto, in Figura punctato.

124. *Resolutio Secunda.* 1*mo:* Determina Semicolla, ut in Res. 1. 2*do:* Accipe aperturam circini= Lineæ Defensionis=120 ad 150 *hex.*, eaque ex extremis duorum Semicollorum (*ex gr.* M & P) fac intersectionem (in *a*) angulum interpositi Propugnaculi daturam. 3*tio:* si angulus Propugnaculi justo major vel minor existeret, longiores in primo, in secundo casu breviores Lineas Defensionis assume. Alæ ducuntur ut in Res. 1.

125. Schol. Ducta sive per *I.* sive per *II. Resolutionem* Linea Magistrali angulorum æque ac Linearum quarumvis quantitas exploranda est, & si opus emendanda, ut Regularis Munitionis perfectionem quam proxime assequaris. Adjicienda quoque sunt Opera Externa, ea maxime parte, qua irregularis loci figura, aut minus apta, aut omnino nulla Propugnacula recepit. Succurri etiam ejusmodi partibus potest Propugnaculis a Cortina per interjectam Fossam sejunctis (*Bastions detachés*), quorum præclarus itidem usus est, dum vetus, quo locus fortasse cinctus est, Vallum firmum, Fossaque & Lorica jam munitum conservare cupis.

126. Scholion 1. *Quomodo Delineatio Ichnographica æque ac Orthographica in Campum transferatur, ceteraque perficiantur, constat ex dictis in* Praxi Euthymetrica & Gæodesia *fusiusque rursum explanabitur.*

127. Scholion 2. *Si Delineationem seu Ichno-seu Ortho-graphicam coloribus imbuere velis, hæc observa.* 1mo: *Lineæ Loricam utrinque terminantes fiunt crassiores ceteris in Ichnographia; in Orthographia vero omnes ducuntur tenues.* 2do: *Lineæ plateas determinantes ducuntur colore cramesino* (Carmin-Farb) *& quidem ea, qua incidentem e sinistro superiore charta angulo lucem respiciunt, tenuiores, quam dextrorsum & inferne locatæ: idem & in Inumbratione observandum est, ut partes lucem non recipientes colore minus diluto; aliæ dilutiore, sensim quoque desinente tingantur.* 3tio: *Universim muri colore cramesino; partes cespite vestitæ, ut sunt Tali, Lorica &c., viridi; partes construenda, flavo; fluvii, rivi, fossæ aqueæ colore aqueo; apparens terra, Fossa sicca, colore luteo, seu terreo, Scabella tamen & Via Tecta nullo colore tinguntur. Versus Talorum pedem coeat sensim minuitur, & in album desinit, seu coloribus diversis, seu solo atramento Sinico partes inumbrare libeat.*

128. *Def.* 1. Munitiones obſidionales (*Tranchées*) dicuntur opera campeſtria univerſim, ab oppugnantibus conſtructa.

129. *Def.* 2. *Linea Circumvallationis exterior*, ſeu *Circumvallatio* eſt Foſſa munita (Lorica campum reſpiciente) intra quam Foſſam, & Munimentum ſunt caſtra oppugnantium. Fieri ſolet, dum liberandi ab oppugnatione Munimenti cauſa, a vicino hoſtili exercitu prælium, aut repentina caſtrorum invaſio providetur.

130. *Def.* 3. *Linea Circumvallationis interior*, ſeu *Contravallatio* eſt Foſſa munita (Lorica Munimentum reſpiciente) quæ inter oppugnantium caſtra, & Munimentum ducitur. Fieri ſolet, cum præſidium numeroſius, impetendæ majori oppugnantis exercitus parti par judicatur.

131. *Def.* 4. *Viæ obſidionales*, *Acceſſus*, *Adductus* (Laufgräben, *Approches*) ſunt foſſæ Loricis undique Munimento obverſis (craſſiore linea ſignandis) munitæ (T, T, T, *Fig.* 48.) & ita diſpoſitæ, ut ex præſidio inſpici nequeant.

132. *Def.* 5. *Parallela*, *Armilegia* (*Paralleles*, *Places d' armes* FF, GG, HH) ſunt foſſæ Operibus diruendis fere parallele ductæ, in quibus milites conſtituuntur ad defendendum laborem Acceſſuum.

133. *I. PRINCIPIUM.* Oppugnationem ſuſcepturus, Arcanum, tum de Munimenti oppugnatione, tum de oppugnationis modo, loco, tempore adeo cuſtodiat, ut, quantum licet, & verbo, & opere, ſparſis rumoribus, factis itineribus &c. potius omnia alia ſimulet.

134. *II.* Moras reſecet; nil tamen temere, & præpropere, deque hoſtium machinationibus incertus agat, ad quas detegendas æri minime parcendum, quod ſeu ſpeculatoribus, ſeu captivis, ſeu transfugis (quibuſcum tamen caute) tribuatur.

135. *III.* Quidquid commodorum in vicinarum ſilvarum, amnium, pratorum, paludum, viarum profundiorum, locorum altiorum, annonæ &c. uſu detrahitur, ſuum commodum putet, & faciat.

136. *IV.* Aggredi oportet partem ceteris minus munitam, in eaque angulos prominentes, non vero retractos, ex his enim duplici igne impeti oppugnans poteſt.

137. *V.* Facilis ſit inter Opera, ſtationeſque militum (*Quartiers*) communicatio, ſtructis (ſi amnes, aut paludes adſint) pontibus, 20, vel 30 pedes latis, iiſque fixis ligneis potius, quam navalibus, & 20 circiter hexapedas ab invicem disjunctis. Pontibus Reductus, vel *Opera Serrata* (*Têtes des Ponts*) præſtruuntur.

138. *VI.* Pro Acceſſu parando non ſunt nimium multiplicanda Opera, viaque, quantum licet, breviſſima tenenda. Hinc patet *1mo:* ratio figuræ, quæ acceſſibus nunc dari ſolet. *2do:* cur initium ducendorum acceſſuum communiter ſtatuatur in diſtantia 800 circiter hexapedarum a Via Tecta, & ita, ut *1ma*, ſeu extima *Parallela* ſit in diſtantia 300, *2da* in diſtantia 150 hexapedarum, *3tia* ad pedem Loricæ Viæ Tectæ.

139. *VII.* Labor ducendorum acceſſuum non promovendus, niſi a militibus utrinque defendi poſſint laborantes. Hinc & partes acceſſuum, ſe mutuo defendere, & in intervallo inter *2dam*, & *3tiam* parallelam receſſus (*Retours*, *demi-Places d' armes*) *m*, *m*, *m* 40 vel 50 *hex.* longi; & demum Parallelæ ab urbe diſtantiores, vicinioribus longiores fieri debent.

140. *VIII.* Augendæ Loricarum altitudini & firmitati (præcipue Linearum Circumvallationis) quævis ligna, arbuſta, vepres, fimus equorum &c. famulentur.

141. *IX.* Nec Lineæ, nec Acceſſus duplici Foſſa (*Avant-Foſſé*) cingantur; ne hoſtis exteriore foſſa potitus, interiori tutius inſultet.

142. *X.* Globus Tormenti in magna a ſui ejectione diſtantia, ſæpe plus, quam in minori, copiis damni infert; quia imminuta jam ejus violentia, ſubſultando, & velut ſerpendo obſtacula circuit, obvioſque lædit. Idem eſt de globis duriore impactu debilitatis: quod ipſum anſam præbuiſſe videtur Vaubanianis jactibus *à Ricochet*, qui nunc fiunt tam cum globis, quam cum bombis, dum Tormentum, aut Mortarium ſub angulo ad horizontem acutiore directum, ea ſolum pulveris pyrii quantitate repletur, quanta opus eſt ad deſignatum ſcopum duntaxat attingendum. Ab his globis neque intra Præſidii mœnia, neque intra Acceſſus, etſi Loricis tranſverſis diſtinctos, quidquam tutum.

143. Schol. *Hucusque dicta, & dicenda ſupponunt, & oppugnantem, & oppugnatum, numeroſo, validoque milite, neceſſariis denique omnibus inſtructum. Si enim munimentum infirmum, aut præſidium virtus & numero multum impar ſit, opera quoque oppugnantis minus firma, quin quandoque nulla requiruntur, locique expugnatio, vel improviſa occupatione, vel ſtratagemate, vel valido duntaxat aſſultu, vel demum ſola obſidione, hoſti famem inferente, peragi poteſt. Jam rem ipſam aggrediamur, ſervato, quo ſingula geri ſolent, ordine.*

144. I. *APPARATUS PRO OPPUGNATIONE.* Munimento ab Equitibus cincto, & commeatu omni intercluſo, Architectorum Militarium eſt, facere exactam Jchnographiam Munimenti (maxime partis minimum firmæ) ejusque etiam Sectionem, ſingulas partes exacte ſignando, muro veſtitas, vel non veſtitas: notare loca editiora, paludoſa; eruptionibus, inſidiis vel ſtruendis, vel prævertendis apta; tranſverſus item foſſas, viaſque profundiores, quæ ſubinde in faciendis Acceſſibus uſui eſſe poſſint; ſoli etiam qualitatem, qua mitius ſit, qua firmum, aut ſaxoſum, ut foſſionem vix admittat: inveſtigare ſeu ex transfugis, ſeu per ſpeculatores in ſubterraneas obſeſſorum cryptas, cuniculos, cataractas, torrentes exundantes &c. Quanti ex harum rerum ignorantia ſequantur errores, oſtendit Vaubanus (*Memoire pour ſervir à l'inſtruction dans la conduite des ſieges, & dans la defenſe des Places c. 2. & 3.*) cujus maxime ſententia in hac tota materia ſtandum putavi. His omnibus cum Aciei ſtructore communicatis, communi cum eodem opera locandorum caſtrorum ratio conſtituitur, advenientique cum reliquo exercitu ſupremo Duci conſignatur, rurſum omnem viciniam, ſupremo Architecto comite, recognituro. Tum maxima exercitus parte locandis caſtris intenta, quaquaverſum militares turmæ profundas vias, receſſus, ædificia firmiora, magiſque edita, & munimentum ambientia, ſilvulas, amnes &c. obſident, ut hoſtis intra arctiſſimos limites conſtringatur.

145. *LINEÆ CIRCUM- ET CONTRA-VALLATIONIS.* Conſtituta Linearum Circumvallationis diſpoſitione, inſtrumentis, aliiſque pro earum foſſione neceſſariis procuratis, Supremus militaris Architectus inter ſuos ſubordinatos laborem partitur, quorum quiſque juxta exemplar, quod præ oculis habet, partes ſibi deſignatas exequitur. *Obſervanda.* 1*mo.* Lineæ hæ eo ſitu ſint, ut ne illis ullus hoſtilis locus dominetur. 2*do:* Inter caſtra & Lineas tum Circumtum Contra-Vallationis 100, vel 120. hexapedarum intervallum ſit pro acie, ubi opus fuerit, diſponenda: & cum caſtra ultra mediocrem Tormenti jactum (is eſt fere 1300. *hex.*) a Munimento abeſſe debeant, ipſiſque caſtris 30 *hex.* latitudo tribuatur, ſequitur Lineam Circumvallationis a Lorica Viæ Tectæ diſtare debere 1300 + 30 + 120 = 1450 *hex.* circiter; nam, ut loci ſitus, ita & hæ diſtantiæ variant. 3*tio*: Sint ejus longitudinis, ut iis defendendis exercitus ſufficiat; unde vix unquam Opera Cornuta, Coronata &c. admittunt. 4*to:* Muniuntur hæ lineæ (*Fig.* 41, 42.) Operibus-Serratis (*Redans*, B, B) quin etiam propugnaculis A, 120 hexapedas invicem disjunctis. Reliquæ dimenſiones patent ex *Fig.* 41, 42, 44, 45; e quibus 44*ta* Lineas maximæ; 45*ta* minimæ ſortis oſtendit. 5*to.* Ea parte, quam hoſti obvertunt, per totam foſſæ acclivitatem gradus habeant, ut militi repente in aciem diſponendo promtus ex iis ſit exitus. 6*to.* Earum Vallum defixis palis ad horizontem reclinatis (*fraiſes*) muniri poteſt, vel melius adhuc alia ſerie palorum, 8 *hexap.* intervallo ante Lineas defixorum, & reclinatione ſua cuſpides hoſti obvertentium. 7*mo.* In foſſæ fronte fieri poſſunt putei, 9 pedes lati, 6 vel 7 profundi, ferreas cuſpidatas perticas occultantes, Wolfs-Gruben. 8*vo.* Ante Opera Serrata, in 12 hexapedarum a Linea verſus hoſtem diſtantia, ſtrues lignorum congeruntur, nocturnæ invaſionis tempore ſuccendendæ.

146. Schol. *Cum homo unus in ſolo ordinariæ firmitatis hexapedam cubicam intra triduum effodere queat, & in ducendis Lineis Circumvallationis cuivis laboratori (ruſtico vel militi) 1 hexapeda ſpatium fodiendum aſſignetur; inventa totius terræ eruendæ ſoliditate* (§. 236. Geom.), *innoteſcet & tempus, & laboratorum numerus perficiendo operi neceſſarius.*

147. *III. ACCESSUS OBSIDIONALES usque ad Loricam Via Tectæ.* Interea aperiendis Acceſſibus ſingula apparantur: *Sacci* terra vel lana aliiſve ſimilibus rebus replendi, *Fig.* 33. *Corbes* Loricales minores majoreſque, Schanzkörbe, (*Gabions*) *Fig.* 34, 35, *Faſces* e virgultis arborumque ramis colligatis (Faſcinen, *Fig.* 37) iique maximæ *a*, mediocris *b*, & minimæ ſpeciei *c*, intra *Candelabrum*, ut vocant (*Chandelier. Fig.* 36.) collocandi. itemque alii (*Fagots de Sappe*) humi defigendi *d*; inſtrumenta foſſioni neceſſaria & currus; laboratorum denique numerus conſtituitur; & quidem ſuadente Vaubano, optimum foret, Corpus integrum, conſtans 1200 circiter hominibus, aggerendorum obſidionalium operum arte unice inſtructis, quibus Architecti Militares præſint. Ichnographia quoque Acceſſuum paratur hoc modo: 1*mo*: Prolongentur Operum quatiendorum Capitales *La*, *Lc*, *Mb*, (*Fig.* 48.) 2*do*: In Capitalibus *La* & *Mb*, in 800 *hex.* diſtantia ab angulo prominente Viæ Tectæ, notetur initium Acceſſuum (§. 138.) & *Linea Communicationis* DE notetur. 3*tio*: Accipiantur in iisdem Capitalibus ab eodem Viæ Tectæ angulo utrinque 300 hexapedæ, & ex Munimenti centro per notatas diſtantias ducatur arcus indefinitus F, F, pro *Prima Parallela*, quæ ultra Facies Semilunarum, Propugnaculis A & B adjacentium productas, excurrere debet. Pari ratione in diſtantia 150 *hex.* ab eodem angulo prominente Viæ Tectæ ducatur *Secunda Parallela*, noteturque ſimul punctum, in quo hæc productam Semilunæ Capitalem ſecat, pro initio Acceſſuum verſus angulum Semilunæ. Et demum in diſtantia circiter 20. *hex.* ſeu in pede Loricæ Viæ Tectæ ducatur *Tertia Parallela*. 4*to*: Applicata ad E regula ducatur Latus ET ita, ut productum nuſpiam cum ulla Viæ Tectæ parte concurrat, ſed potius ab omni minimum 10 hexapedis diſtet. 5*to*: Data Lateri ET longitudine arbitraria *ex. gr.* 200 *hex.* jungatur illi ſub eadem conditione altera, primæ Parallelæ occurſura. Eadem fiant ſuper altera Capitali *La*. Eadem item methodo determinabitur Acceſſuum directio (*zicza*, *Boyaux*) inter 1*mam* & 2*dam*, hanc 3*tiam* Parallelam, id unum præ oculis habendo, *ne* ex ulla Munimenti parte Acceſſus inſpici poſſit. Inter 2*dam* & 3*tiam* Parallelam ducuntur etiam Parallelæ dimidiatæ *1m*, Acceſſuum angulis inſiſtentes (*Demi-Places d' armes*, §. 139.) 6*to*: Ad terminum cujusvis ductus (*Boyau*) tegendum, prolongetur anguli crus ſubſequens ad 5 vel 6 hexapedas (*m*, *m*, *m*,) 7*mo*: Signetur Foſſa Acceſſuum 10 vel 12 *hexap.* lata, 7 profunda; Parallelæ vero fiunt duplo latiores. Ceterum tam Acceſſuum quam Parallelarum Loricæ, 1 vel plura Scabella habent; Loricæ vero ipſæ virgultorum Faſcibus, vel Saccis terra repletis coronantur, per quorum interſtitia (*Fig.* 33) milès ſclopum ſolvat.

148. Pro ducendis jam in ipſo campo Acceſſibus neceſſarium eſt, ut Architectus Militaris de die (quouſque per minorum fiſtularum ignem licebat) verſus Munimentum progreſſus defixis perticis aliiſve ſignis Capitalium productionem & in ea 800. *hex.* longitudinem, Geometrice prius menſuratam, notet; quam ſi vel ſolam habeat, reliquos Acceſſuum ductus nocturnis tenebris ſecurior peragere poterit. Nam ſi in Ichnographico typo ex Capitali ad ſingulos Acceſſuum angulos perpendicularem demittat, ejuſque & partium Capitalis a Perpendiculari reſectarum longitudines ex charta in Campum ope tenſorum funiculorum transferat, etiam ſubobſcuro Crepuſculi vel Lunari lumine, ductus ſingulos deſignare in Campo poterit. Hos funiculos fortè ſic tenſos relinquere poterit, vel ſolum defixis paxillis, aliiſve ſignis eorum ſitum notare, dum tempus aperiendorum Acceſſuum immineat. Id hac in re primi momenti habeatur, ut & locus & tempus aperiendorum Acceſſuum hoſtem lateat. Unde ſimulatis de die alibi Geometricis Operationibus &c. deludi hoſtis, vel plane ſimulata aggreſſio (*Fauſſe-Attaque*) ſuſcipi poteſt.

149. Appetente jam nocte, qua Acceſſibus initium faciendum conſtituitur, Equitatus æque ac Peditatus parte a Supremo Duce tam protegendo, quam peragendo labori delecta, milite quovis virgultorum faſcem, laboribus vero deſtinato quovis inſtrumentum præterea ſuum deportante, alto noctis & progredientium ſilentio, ſevero ordine conſtitutus locus aditur. Laboratores turmatim diſtributi, ſub Centurionis imperio, ducendo operi applicantur ſinguli, juxta lineas Γ, Τ, itemque *Primam Parallelam* F, F, F, quovis laboratore virgultorum faſcem (6 pedes longum) ante ſe, ex Architecti præſcripto deponente, ut poſitorum ſic faſcium linea ſimul foſſam ducendam, ſimulque partem deſignet, in quam ejici eruta terra debeat. Militibus laborantium cuſtodibus dexteram eorum lævamque occupantibus, labor dato imperio ſimul incipit, hac præcipue prima nocte, ſilentio, quoad licet, ſummo, ſummaque opera uſque ad Auroram urgendus. Appetente die militibus cuſtodibus cis Primam Parallelam ſupinis jacentibus, & ab egeſta jam aliquatenus Lorica tectis, nocturnas novæ operæ excipiunt, opus nocto cœptum perducentes. Curandum quam maxime, ut Prima Parallela quantocyus perficiatur, id quod etiam 2da, certe 3tia nocte obtineri jam poſſe Vaubanus teſtis eſt. Prima & 2da nocte laborantes ab obſeſſorum igne adhuc ſatis remoti, repagulo non egent; at vero tertia nocte, jam *2da Parallela* appropinquantes, Pluteo A *(Mantelet)* vel majori Corbita Loricali B contecti laborant, quod Vineam *(Sappe)* agere dicimus. *(Fig. 39. & 40.)* Nempe 1*mus Vineator* promovens ante ſe Plutеum, vel Corbitam Loricalem, terra, aliisque repletam a latere juxta producendi Acceſſus directionem minorem ejusmodi corbem locat, foſſamque $1\frac{1}{2}$ pedem latam æque ac profundam eruit, terram corbitæ injiciendo: tum promoto Pluteo alterum priori præponit Corbem, ceteraque ut prius perſequitur; donec laſſetur. Primum 2*dus*, hunc 3*tius* & 4*tus* usque ſequuntur; quorum quivis foſſam cœptam, $\frac{1}{2}$ pede latiorem profundioremque reddit, ut adeo univerſim tres pedes profunda foſſa, & totidem ſuperne, inferne $2\frac{1}{2}$ lata exiſtat. Hos quatuor, alii item 4 comitantur, qui prioribus laborantibus Corbes, faſceſque virgultorum porrigunt, laſſatisque ſuccedunt, dum viciſſim priores horum vices agunt: donec horum 8 quisque partem Vineæ ſuam perfecerit. Suffoſſio hæc a Vineatoribus cœpta, ab aliis ad Acceſſus latitudinem & profunditatem, terra ſupra collocatos corbes ejecta, Loricamque formante, perducitur, rurſumque Acceſſus nomen nanciſcitur, laborque hic uſque ad Viæ Tectæ Loricam, ſeu 3*tiam Parallelam* continuatur. Relicta inter Corbes interſtitia ſaccis terra lanave repletis, vel Faſculis defixis *(Fig. 37. d)* obturantur. In 1*ma* vel potius 2*da Parallela* (cum teſte Vaubano inter 150 & 200 *hex.* validiſſimus ſit Globi Tormentarii jactus) Tormentorum Bombarumque ſuggeſtus *(Batteries)* conſtituuntur ita, ut quatiendorum Operum Faciebus ſint fere paralleli, quod vel per §. 158. *Geom.* vel per productas Facies AS, CS, BS, obtinetur. Suggeſtuum utrorumque Ichnographiam æque ac Orthographiam exhibent *Fig. 28, 29, 30. 31.* Id præterea curandum, ut eorum Lorica aliquot pedibus Acceſſuum Loricas emineant, ne jactus Tormentorum in Acceſſu laborantibus incommodet. (Jactus *à ricochet.)* Reductus quoque RR, apris Parallelarum locis fiunt.

150. Schol. *Hoſte Adductum invadente laboratores recedunt, militibus pugnandi ſpatium relinquentes rejecto hoſte opus reſumunt, deſtructaque ocyus reparant.*

151. *IV. OCCUPATIO VIÆ TECTÆ.* Quo magis jam Viæ Tectæ imminetur, eo profundiores ducuntur Acceſſus, ſimulque Loricis tranſverſis *a, a*, iiſque vel in orbem ductis (*tournantes*) & quidem duplicibus (*doubles fig.* 51) aut ſimplicibus (*Fig.* 52). vel vero directis (*Fig.* 53) hoſti proſpectum in Acceſſus eripientibus, obvallantur. In 3*tia Parallela* fodiuntur putei, 20 circiter pedes profundi, e quibus diverſi utrinque cuniculi, ceu rami, ducuntur pro detegendis hoſtilibus cuniculis, qui, ſi illis inferiores reperiantur, demiſſa in eos Bomba; ſi ſuperiores, ſubſtructo furno disjiciuntur. *Vel*: Facto prius verſus hoſtilem cuniculum foramini (5, vel 6 *dig.* lato, plures profundo) immittitur cylinder cavus ferreus, 10, vel 12 *lbs* pulveris pyrii repletus, cujus extremum id, quod proprium cuniculum reſpicit, tigno, adverſo parieti innixo, fulcitur, ne Cylinder ferreus, pulveris pyrii ſoluti vi in proprium cuniculum retrudatur. Facta per minorem tubulum, cum Cylindro communicantem, ſuccenſione, latus terreum, inter hunc & hoſtilem cuniculum interjectum, etſi 8 pedes latum, rumpetur, fumoque oppoſitum cuniculum replebit. Augeri fumus hic ſubinde poteſt pluribus exploſionibus, etiam glande plumbea non vacuis; quin etiam fumo virgarum ignis fœtidi (*Lances à feu pumt*) donec hoſtis cuniculum ſuum deſerere cogatur. Quod ſi nihil hæc proficiant omnia, & vel applicata aure, vel rerum levium tympano impoſitarum tremore, laborans in vicino cuniculo hoſtis ſentiatur, in adverſam ab hoſtili *cuniculo* plagam ducatur furnus unus vel duo ita, ut ſuccenſi onus ſuum verſus Foſſam ejiciant. Tum perforata hoſtilis cuniculi crypta, per aperturam, parte Foſſam reſpiciente factam, 10 vel 12 pyrobolarii (*Grenadiers*) immittantur Bombis inſtructi oneratis aliquot, aliquot vacuis: oneratis hoſtem in cuniculo ſuo reſiſtentem impetant, fugentque; tum recedentes ipſi, rurſumque in hoſtem regreſſi, vacuas quoque eidem objiciant, quas ille rurſum oneratas exiſtimans pedem referet, ipſiſque ſpatium relinquet Loricas Tranſverſas per cuniculi latitudinem ducendi, omnem deinceps hoſti recuperandi cuniculi ſpem erepturas. Quandoque hoſtiles cuniculi, derivato *in eos* rivo deſtrui poſſunt. Soluti fortaſſe hoſtilis cuniculi foſſa ocyus a Vineatoribus inſidetur, qui inde laborem utrinque proferentes, novam militi ſtationem (*Logement*) parant.

152. Perfecta itaque 3*tia Parallela* H, H (*Fig.* 49) & vel per ſe, vel per Acceſſus in arcum ductos *a, a, a* cum Viæ Tectæ Lorica communicante, per Loricæ hujus dorſum Vinea agitur utrinque Loricanda (*Sappe double*) & ſuperne quoque (ubi hic & deinceps factu opus cenſebitur) faſcibus &c. contegenda adverſus illapſum hoſtilium pyrobolorum, ut ſunt Granatæ, aliique *globi* igniarii miſſiles. Acceſſibus dimidium Loricæ jam obtinentibus, fit utrinque Vinea *b, b*, cujus Lorica, Loricam Viæ Tectæ 8 vel 9 pedes emineat, perque facta 3 vel 4 ſcabella ſcandi interius poſſit. Fit hic Suggeſtus altior (*Cavalier de Tranchée*) ut Via Cooperta inſpici, indeque depelli hoſtis queat; quo multum etiam faciunt Bombæ ſubſultantes (*à Ricochet*) ſaxorum item turbo e Mortariis ejectus, *Mortiers Pierriers*. Uti ſubinde hoſtis diverſis partibus ceſſerit, Acceſſus promovendi, ſtationeſque (*Logemens*) capiendæ ſunt, donec totum id Viæ Tectæ brachium poſſideatur.

153. In Occupata Via Cooperta conſtituuntur denique Suggeſtus Tormentarii *g, g* ad diruendas Facies propugnaculorum AD, & BC, Semilunam ejusque Foſſam defendentes: alii vero duo Suggeſtus *h, h* ad diruendas Facies Semilunæ; quibus etiam ad impetendum interius imprimis præſidium, Suggeſtus Mortariorum, adjungi poſſunt, aliique ſubinde plures *nn, oo, ee, dd*, prout plures ſucceſſive in Via Tecta ſtationes capientur. Hic obſervandum eſt univerſim 1*mo*: multiplicatio igne & ruina, ſemper prius inutiles reddendas eſſe (*demonter*) partes defendentes, quam ab his defenſæ ruinam, ſeu labem (*Brèche*) accipiant. 2*do*: ad diruendum Angulum Defenſum, ſeu frontem Operis, non ipſum angulum, ſed Fa-

ciei

cici partem, circiter $\frac{1}{4}$ longitudinis ejusdem ab eo remotam, quatiendam esse, frons enim hoc modo utrinque infirmata facile corruet. *3tio:* Non singula, sed omnia Suggestus unius tormenta simul solvenda esse.

154. *V. DESCENSUS*, & *OCCUPATIO FOSSÆ.* In Fossam *Siccam* descenditur vel per cuniculum subterraneum, ex Lorica per viam Tectam ductum, cujus constructio ex §. 9. intelligetur; danda vero declivitas reperietur juxta dicta in Geom. Subterranea. Si Fossa sit duntaxat 12 vel 15 pedes profunda, Vinea declivis, superne etiam tecta, per divisum veluti Viæ Tectæ vallum ducitur, deinceps per totam fossam continuanda. Quod si unquam, certe superandæ Fossæ tempore, ignis multiplicandus est tum in Opera eam defendentia, tum in eas partes, qua vel in Fossam, vel alio erumpere hostis posset. Descensum enim hunc, & transitum Fossæ obsessi maxime impedire conantur, tum factis eruptionibus, tum solutis cuniculis, qui etiam per dicta §. 151. prævertendi sunt.

155. Fossa *aqua stagnante repleta* superatur, ducta rursum per Viam Tectam Vinea, aliquantum supra aquæ, quæ in Fossa est, horizontem desinente. Tum laboratorum serie secundum Vineæ longitudinem collocata, altero alteri virgultorum fascem porrigente, ultimus in aquam singulos conjicit, donec aquam, quantum satis est, eminentes, ex parte hosti objecta Loricam formet. Hoc facto congestis pariter veluti per strata ejusmodi fascibus, saxis &c. transitus quoque 3 fere hexapedas latus sternitur usque ad Opus, quod scandere est propositum.

156. Fossa *aqua viva plena*, difficillimi sane transitus est; unde, etsi quidem in omnis, in hujus tamen præcipue transitu, Machinarum bellicarum majorum æque ac minorum, & pyrobolorum ignis undique continuus furat: ex Fossis Transversis, utrinque Loricatis *(Caponieres)* hostis depellatur: Cataractæ, si quæ hosti sint, etiam ductas jam per fossam Vineas rupturæ pontesque occupentur prius, vel destruantur; aquæ vero, qua licet, exitus referetur: quæ si alio derivari nequeat, fascibus multis per transversa tigna connexis, terraque, & saxorum superjectorum, pondere gravatis Fossa repleatur, ea fere methodo, quam §. præc. vidimus.

157. Transitus Fossæ pluribus simul locis suscipitur. Si opus scandendum muro vestitum non sit facta in eo ampliore ruina, ruptisque per Tormenta, aut decussis prominentibus partis *(fraises)* assultu fere nocturno (alia etiam parte, eodem tempore simulando) occupatur. Si vero opus scandendum muro vestitum sit, Cuniculator applicatur hoc modo: Eo ipso tempore, quo Descensus in Fossam apparari incipit, simul duobus Tormentis foramen excavatur ea oppositi muri parte, qua cuniculus agendus est. Hoc foramine aliquot jam pedes lato, & 5 vel 6 pedes profundo, Vinea quoque ultra $\frac{2}{3}$ Fossæ jam perducta, Cuniculator id petit, rudera amolitur, spatiumque uni alterive laboris socio parat; dumque dein cuniculus celerrime perficitur, hostilibus una cuniculis detegendis, & destruendis (§. 151.) intenditur.

158. *VI. OCCUPATIO SEMILUNÆ.* Semilunæ ruina tum Tormentorum vi, tum solutis semel iterumque cuniculis ultra 14 jam hexapedas ampliata, repentino assultu invaditur, depulsoque hoste statio *r*, *r* capitur, Fascibus & Corbitis ocyus obvallanda, ac dein demum a Vineatoribus perficienda, milite interea adversus hostilem, ex adsito Reductu R invasionem semper vigili, & armato; Cuniculatoribus vero nunquam cessantibus in hostiles, quos forte Semiluna reconditos adhuc haberet, cuniculos investigare, cum emolumento succendere, ad succensionem ab hoste paratos rescissis tubis coriaceis pyrophoris (*Saucissons*) impedire &c.

159. Ex hactenus dictis, & *Fig.* 49 satis intelligetur, quinam posthac Oppugnatio continuanda sit.

160. *I. APPARATUS.* Quodvis Munimenti Propugnaculum requirit milites pedites circiter 600; 8 Tormenta diversarum Diametrorum; minimum 2 Mortaria, præter plures catapultas *(Carabines)* Mortariaque aliquot ejiciendæ lapidum grandini destinata (&c. §. 6.) Inde pro Semilunis aliisque externis Operibus majoribus minoribusque æstimatio fieri poterit. *Vide* Vauban *Mem. sur l' Attaque &c. P. II. c. 9. & seqq.* Blond *Elemens de la Guerre P. III.* Deidier &c. Imminente Oppugnatione e medio tollendum & in usus proprios convertendum est, quidquid intra Tormenti jactum hosti occultando, obvallando, alendo servire posset, demoliendæ domus adsitæ, horti &c. Ædes vero Munimenti præcipue annonariæ & militares, plateæ quoque fimo terraque contegendæ, ad infringendam immittendarum Bombarum vim: transfugio & colluſionibus cum hoste, præcavendum: Opera omnia restauranda; tumultuarii Reductus, Regressiones, etiam præpilatis tum rectis tum reclinatis sudibus *(Palissades & Fraises)* excitandæ & cuniculi præprimis, maxime in Via Tecta, ejusque Lorica, partibusque minus munitis, productis e crypta principe ramis pro viribus multiplicandi sunt.

161. *II. OBSIDIONE COEPTA. 1mo:* Invigiletur hostilibus Operum speculatoribus factis etiam eruptione dispellendis, capiendis &c. *2do:* Intendatur loco intenti Accessuum hostilium, ejectis propterea nocturno tempore globis lucentibus (§. 6.) *3tio;* Apertis jam Accessibus, & Aggressione Vera certo cognita, continuo in multiplicandis novisque ducendis Cuniculis laborandum est, etiam ultra Viæ Tectæ Loricam, ut hostis laborans nuspiam tutus consistat. Faciunt huc quoque defossa quercina aliave vasa *(Fig. 50.)* pluvere pyrio Bombisque repleta & cum Via Tecta per pyrophorum coriaceum canalem *(Saucisson)* communicantia: item reconditi hinc & inde Erinacei *(Hirses, Herssillons, Fig. 54, A, B,) 4to:* Tam Accessuum operæ, quam hostiles turmæ, Munimento appropinquantes, Tormentis (non tamen omnibus simul, sed singulis, nec ex eodem semper Munimenti loco solutis) sine cessatione impetantur. *5to:* Eruptiones *nunquam* temerariæ, frequentes tamen sint, eoque frequentiores, quo vicinior hostis fit, & annona rarior: his Accessuum hostilium labores turbentur, & destruantur, Tormenta adactis clavis obturentur, stationes amissæ recuperentur &c. Tempus eruptionibus maxime opportunum est una alterave hora ante diluculum, ob hostem tunc nocturnis vigiliis lassatum; & præcipue si nocturna pluvia, pulveri pyrio inimica, præcessit.

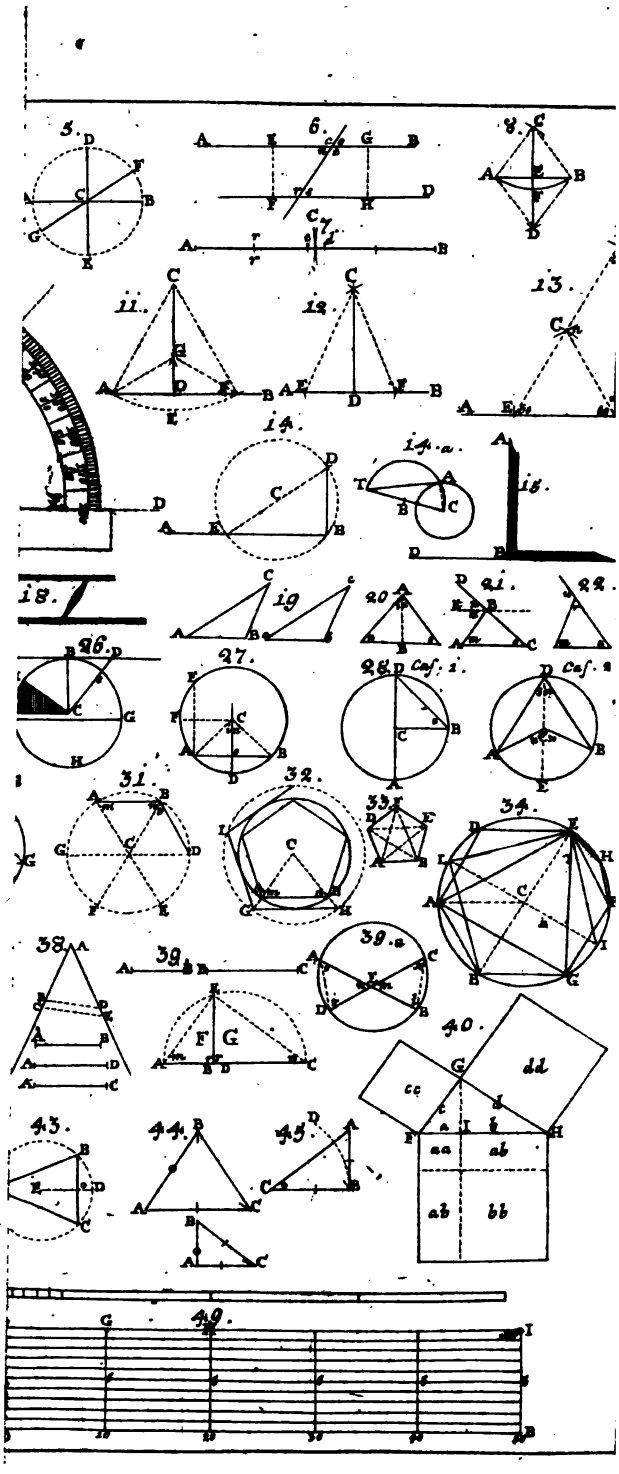
162. *III. DEFENSIO VIÆ TECTÆ. 1mo:* Hostilibus Accessibus jam prope ad 3tiam Parallelam perductis, ex angulis prominentibus Viæ Tectæ fiant Accessus reciproci *(Contre-Approches)* qui a Via tecta & Semiluna defensi stringant Accessus hostium. *2do:* Ignis ex Loricis Transversis, Regressionibus &c. Viæ Tectæ continuus sit; frequentes item eruptiones, tumque facto vel simulato receptu Cuniculus in hostem (fors persequentem) agat, turbatumque rursus erumpentes invadant. *3tio:* Cuniculorum & vasorum pyrotechnicorum (§. *præc.*) usus; si unquam, hic maximus est, & deinceps quoque, hoste etiam Via Tecta jam potito.

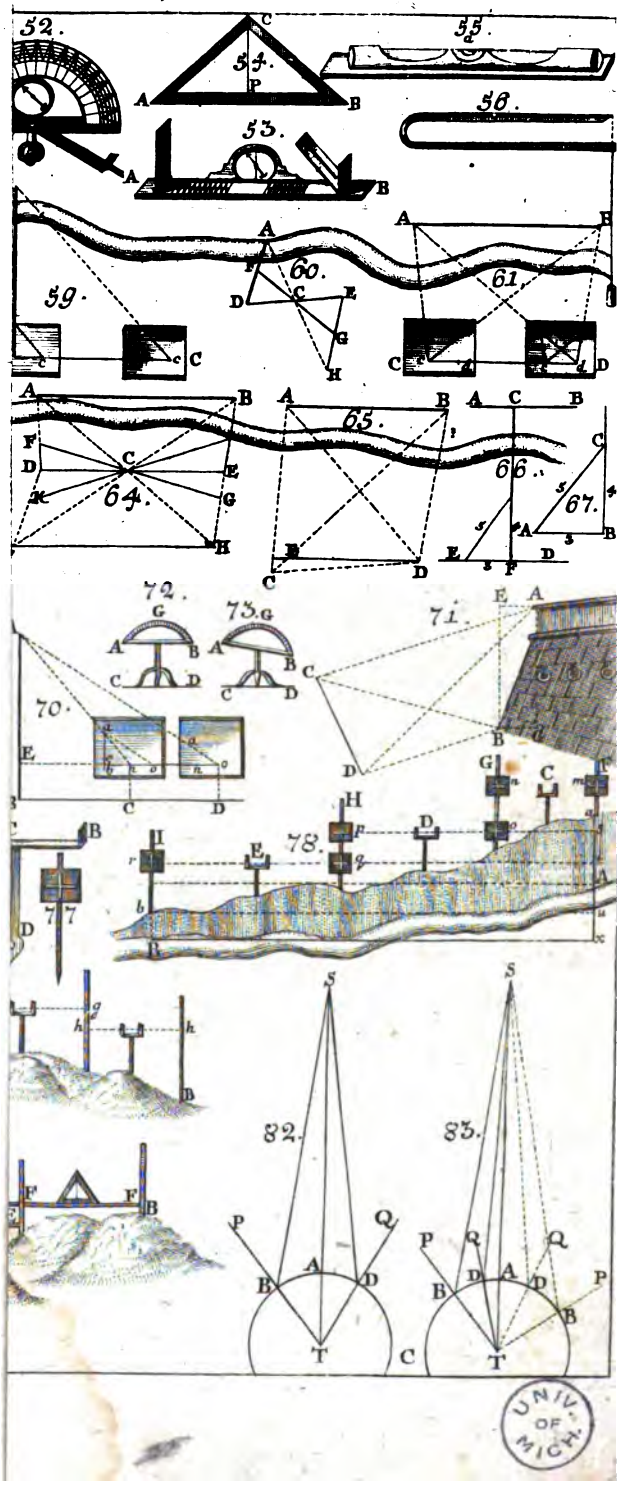
163. *Universim* omnis regressio, aut Opus, ex quo hostili vi tandem cedere, *tuto recepta*, necesse fuerit, Cuniculis (& quatenus licet, una cum hoste ea jam occupante) ejiciantur: Unde Canales pyrophori ita dispositi esse debent, ut ab hoste in eos ocyus investigante, detegi haud facile queant.

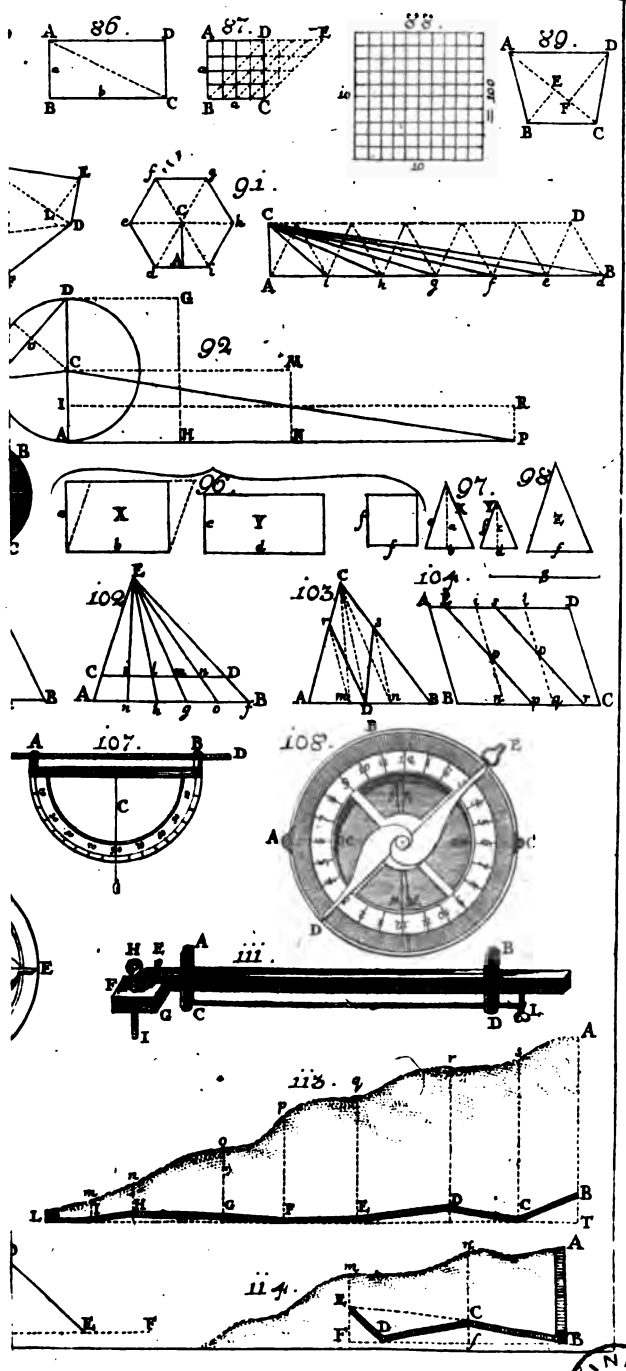
164. *IV. DEFENSIO FOSSÆ*, præter continuatum ex partibus defendentibus ignem optima rursum sunt Cuniculi multiplicatæ Regressiones, Fossæ utrinque Loricatæ *(Caponieres)* præcipue circa Humeros constructæ, & frequentes, paucorum tamen *ex. gr.* 12 vel 15 peditum eruptiones. Adhibitis omnibus his defensionibus, ut ajunt, siccis, cataractæ aperiantur.

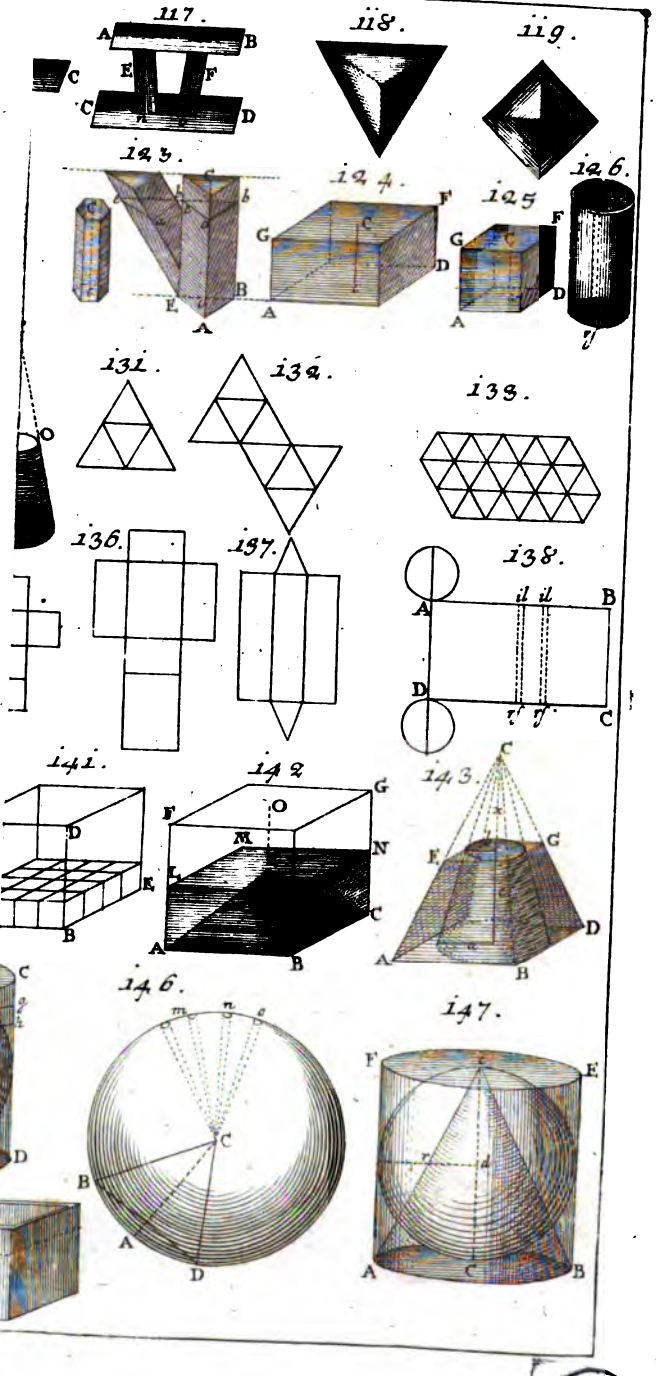
165. *V. DEFENSIO SEMILUNÆ.* Præter ignem continuatum ceteraque mox enumerata, Assultus impeditur Granatarum, piceatarum coronarum, aliarumque rerum flammas spargentium grandine, globis lapideis; saccis, vasis, globis figulinis vel etiam vitreis pulvere pyrio &c. repletis; Tribulis seu Muricibus *(Chausses-trappes, Fig. 54, C);* Erinaceis *Herses, Herssillons, Fig. 54, A, B,* Bombisque e catenis, ne tolli ab hoste possint, pendentibus; Equitibus Græningensibus (Spanische Reuter, *Fig.* 47.) & arboribus resecta ramorum brachia porrigentibus &c. &c. Atque ex his de reliquorum Operum defensione non difficile erit conjicere.

FINIS.

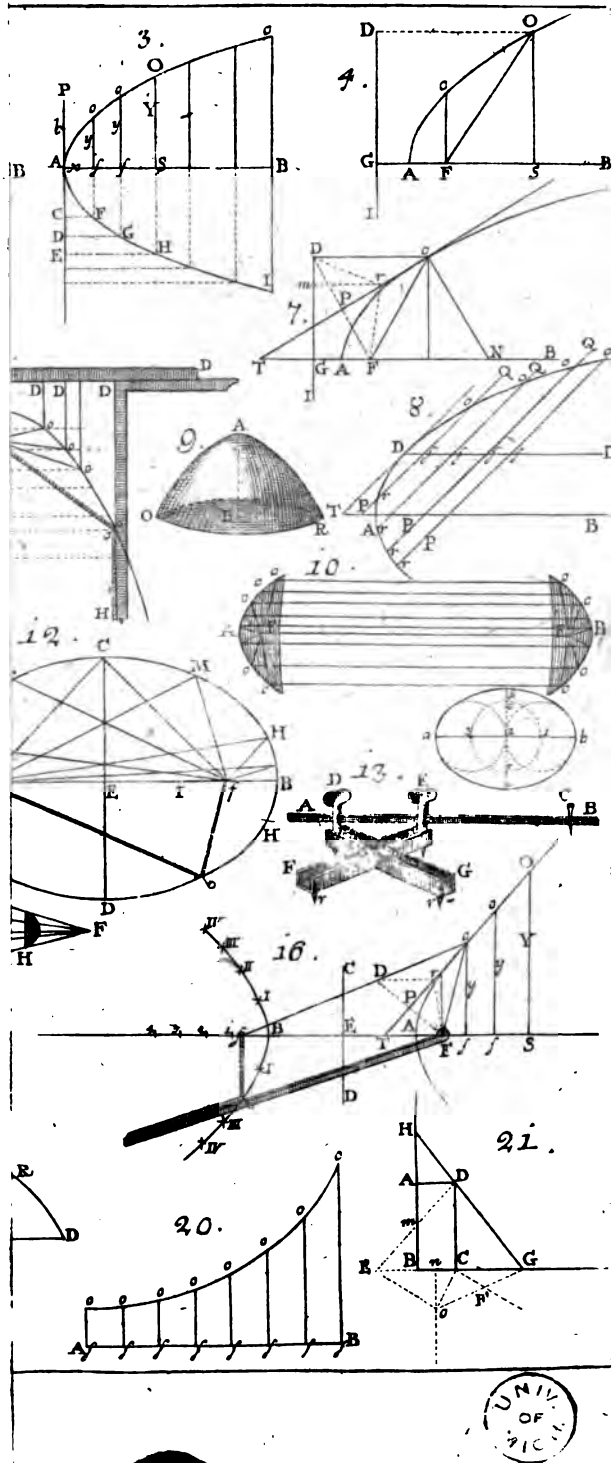

5.
6.
7.
8.
11.
12.
13.
14.
14.a.
15.
18.
19
20
21.
22.
26.
27.
28. Caſ. 1.
Caſ. 2
31.
32.
33.
34.
38.
39.
39.a
40.
43.
44.
45.
49.
cc
dd
aa
ab
ab
bb

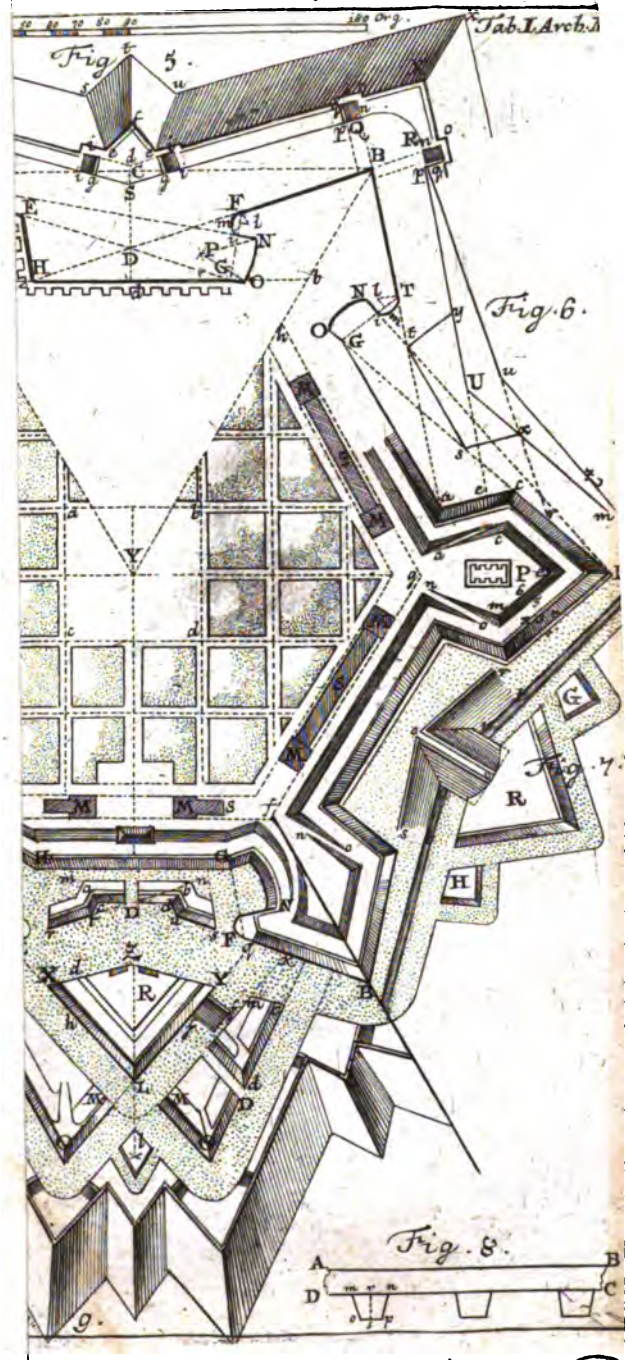

52.
54.
55.
56.
53.
59.
60.
61.
64.
65.
66.
67.
72.
73.
71.
70.
78.
77
82.
83.
UNIV. OF MICH.

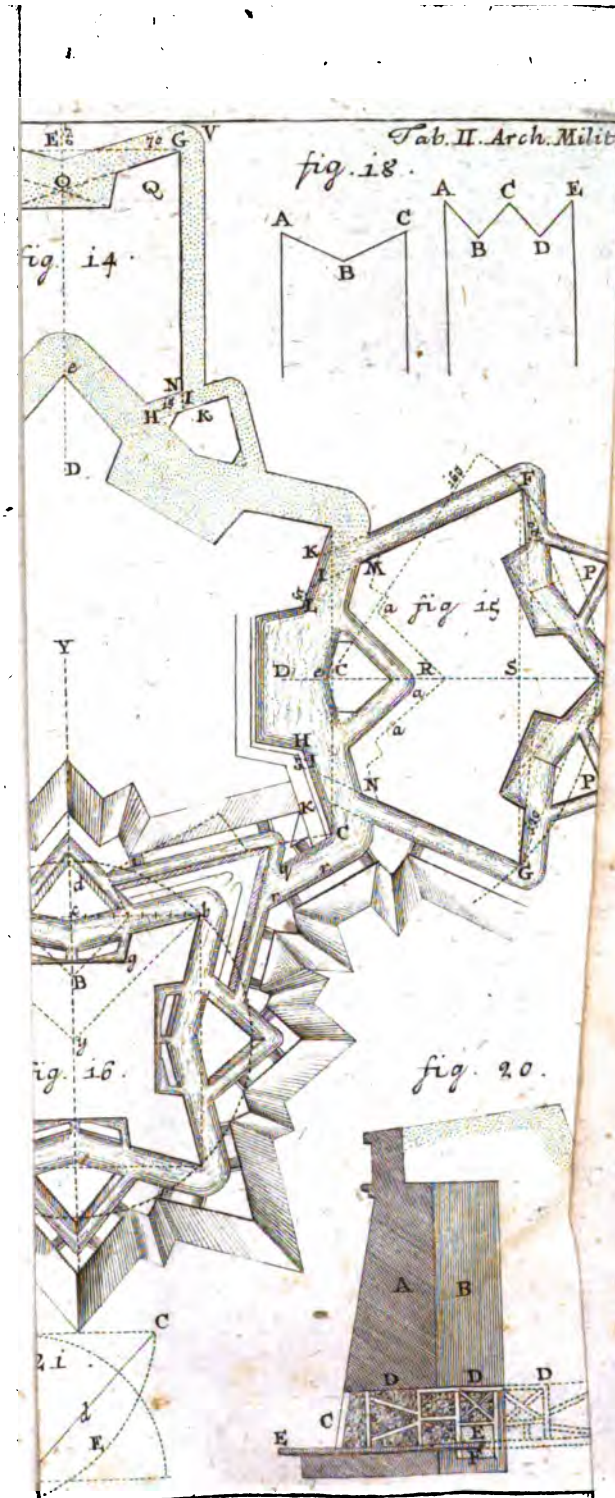

86.
87.
88.
89.
91.
92.
96.
97.
98
102
103
104.
107.
108.
111.
113.
114.


117.
118.
119.
123.
124.
125
126.
131.
132.
133.
136.
137.
138.
141.
142
143.
146.
147.

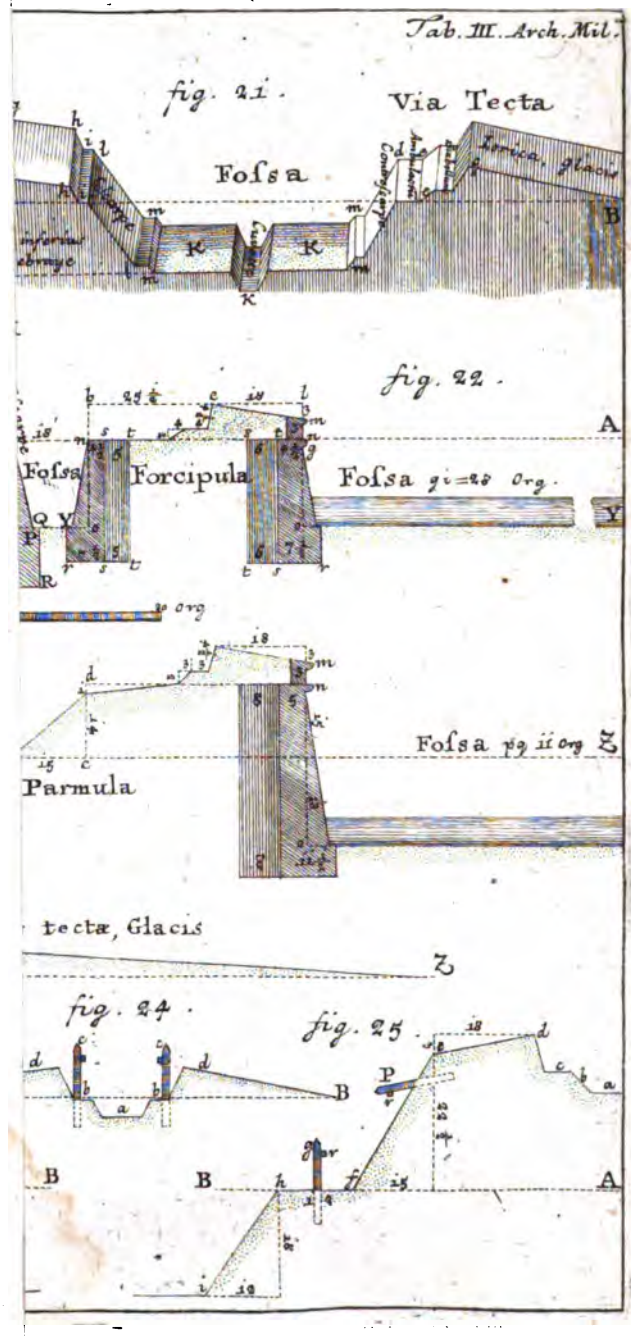
UNIV. OF MICH.


3.
4.
7.
8.
9.
10.
12.
13.
16.
20.
21.


Tab. I. Arch.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
9.



UNIV. OF MICH.


Tab. III. Arch. Mil.
fig. 21.
Via Tecta
Fossa
fig. 22.
Fossa
Forcipula
Fossa
Parmula
Fossa
tectæ, Glacis
fig. 24.
fig. 25.

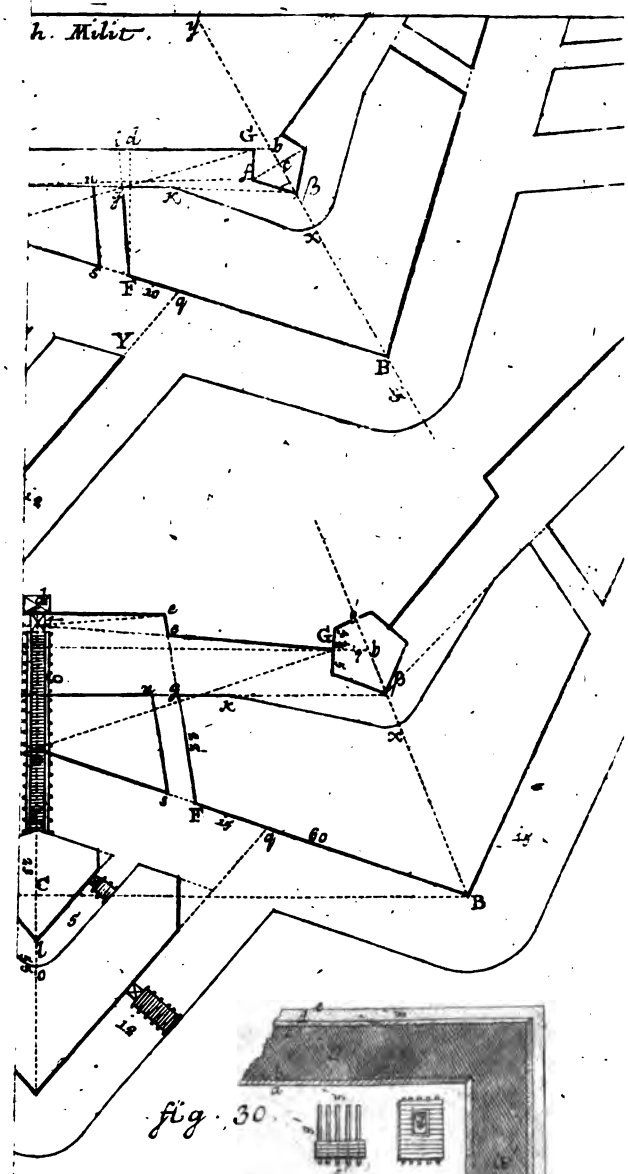


fig. 30.

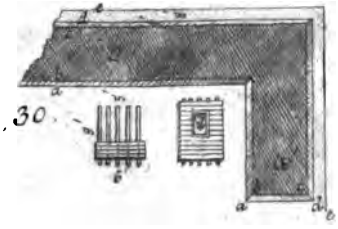
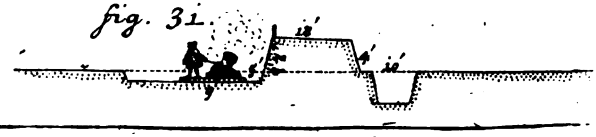
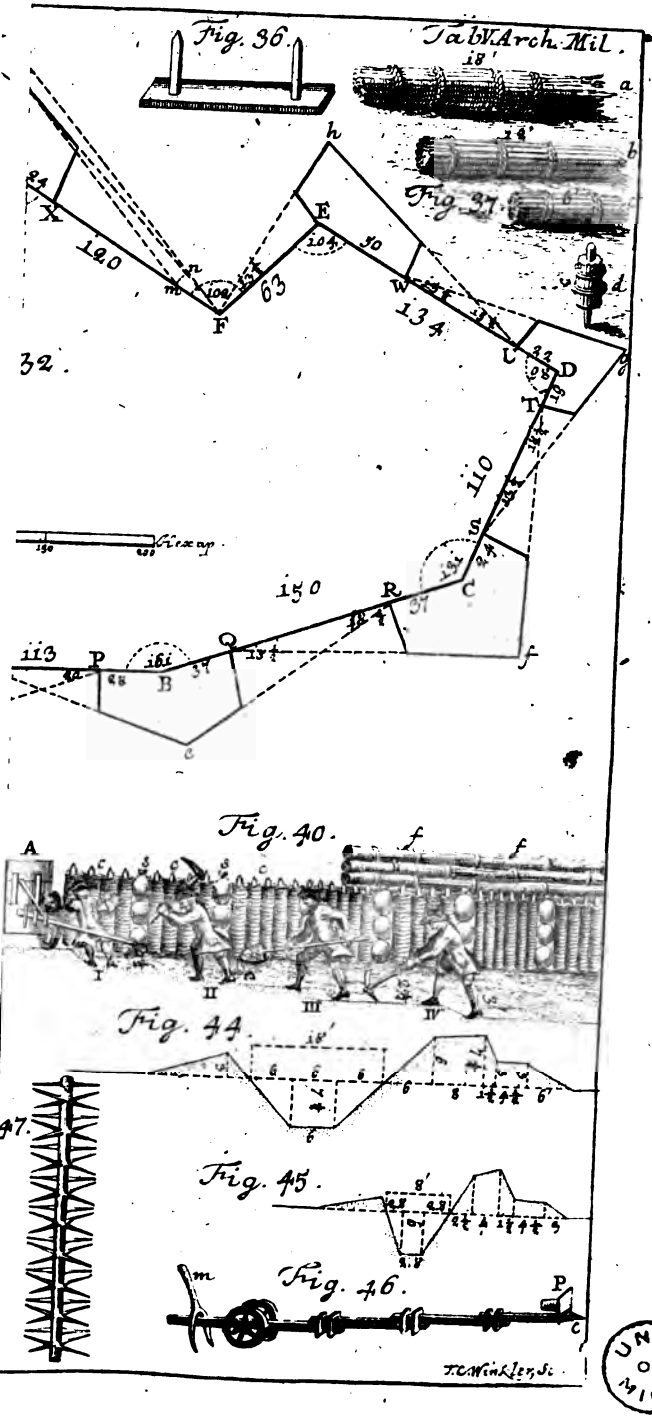


fig. 31.




Tab V. Arch. Mil.
Fig. 36.
Fig. 37.
32.
Fig. 40.
Fig. 44.
47.
Fig. 45.
Fig. 46.
T.C. Winkler, Sc.

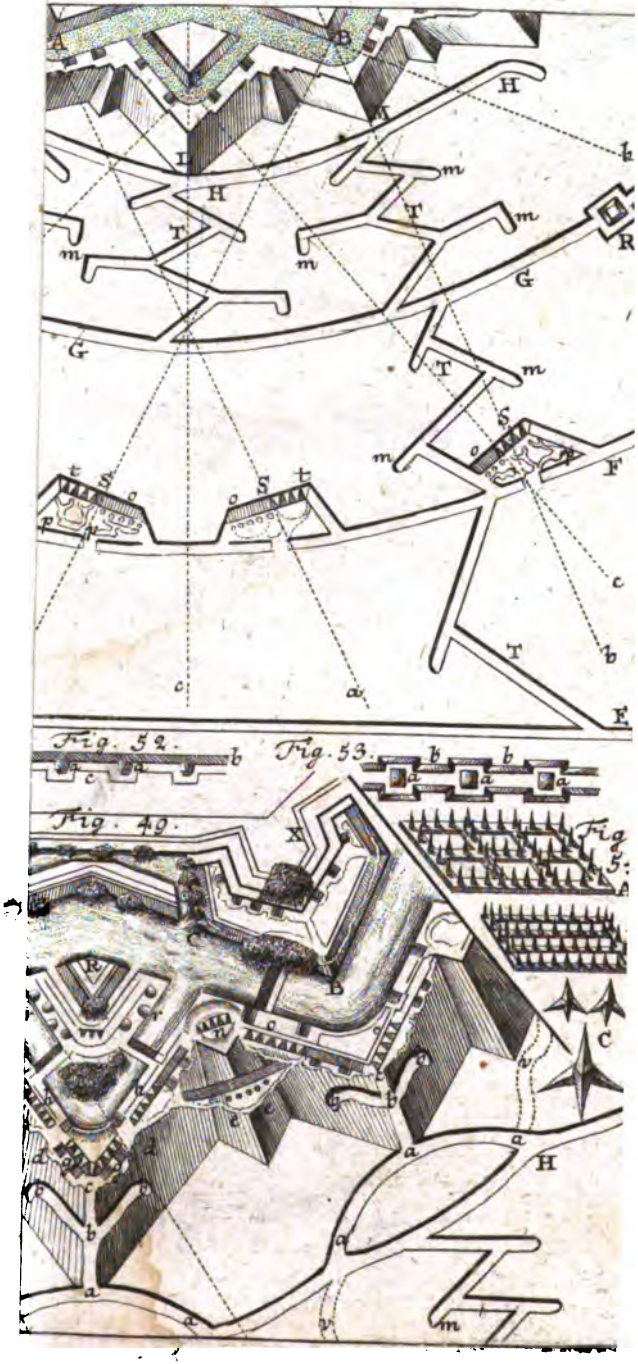
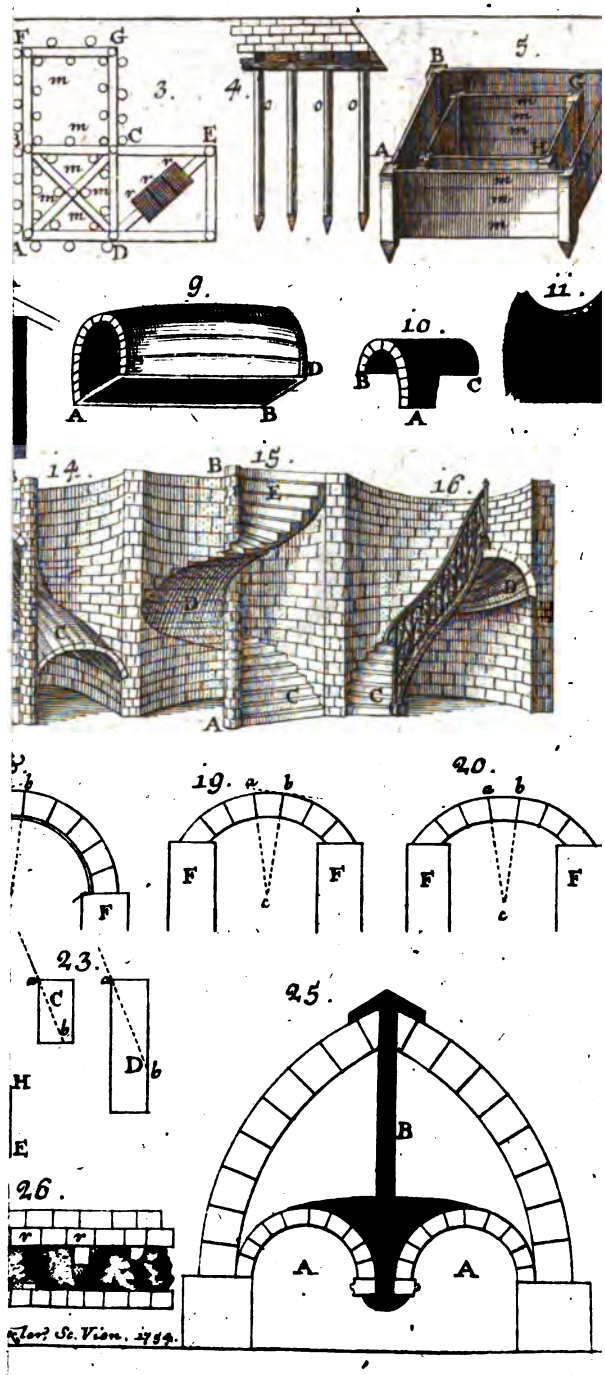
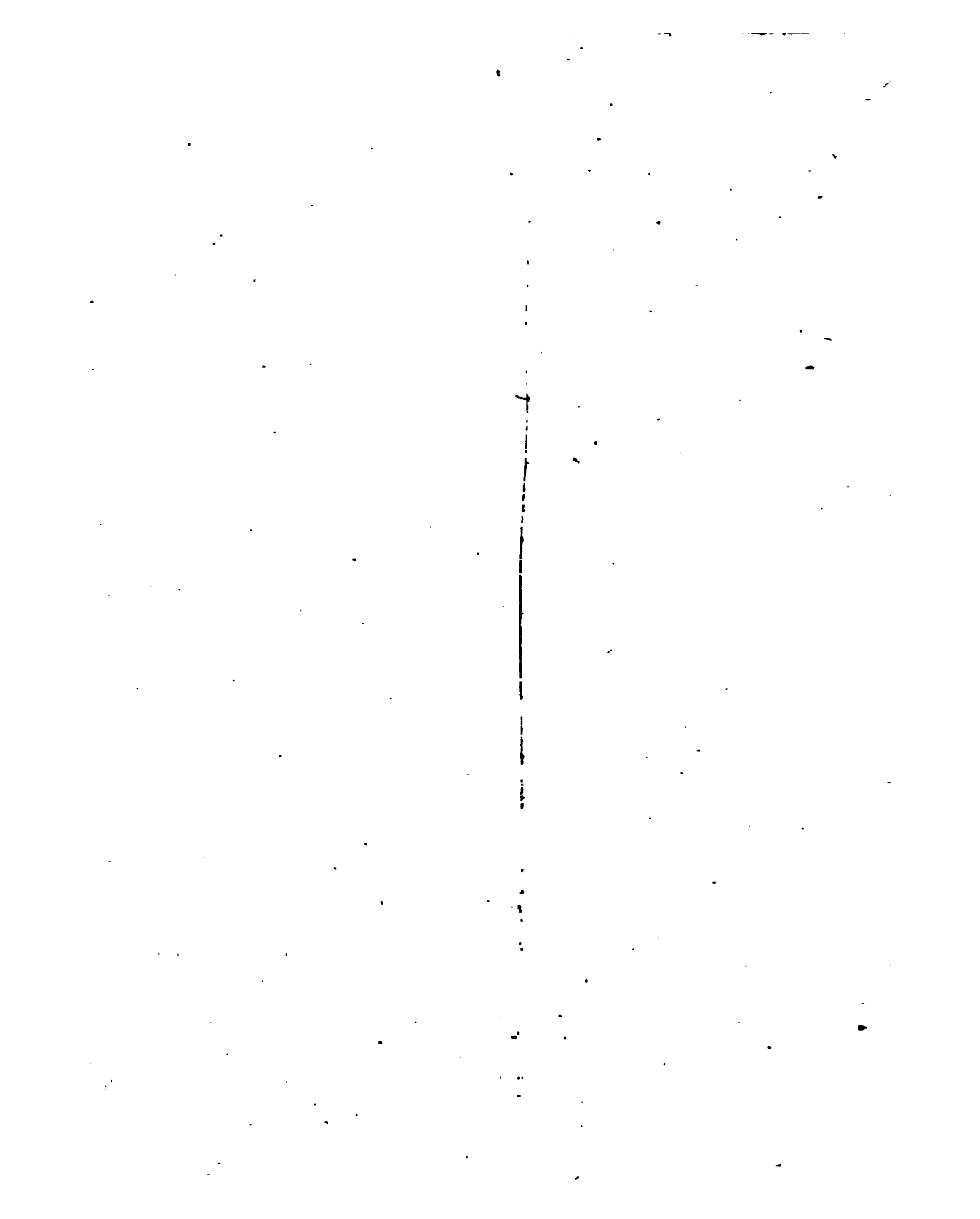
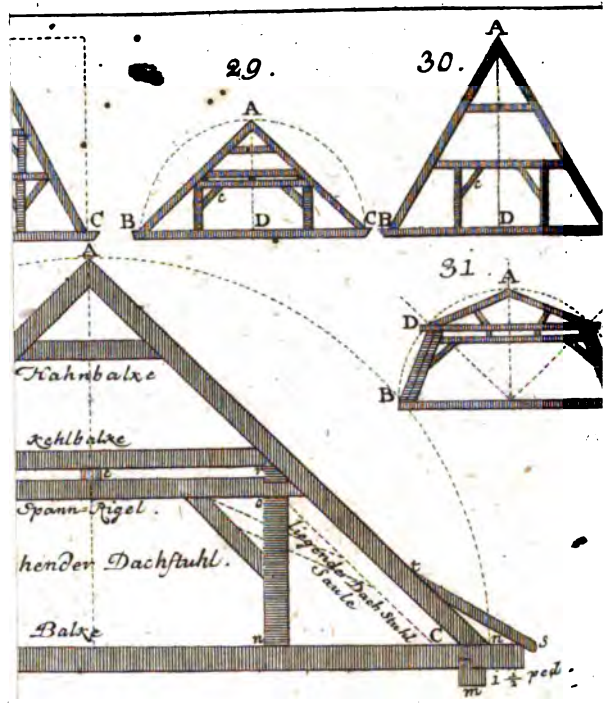


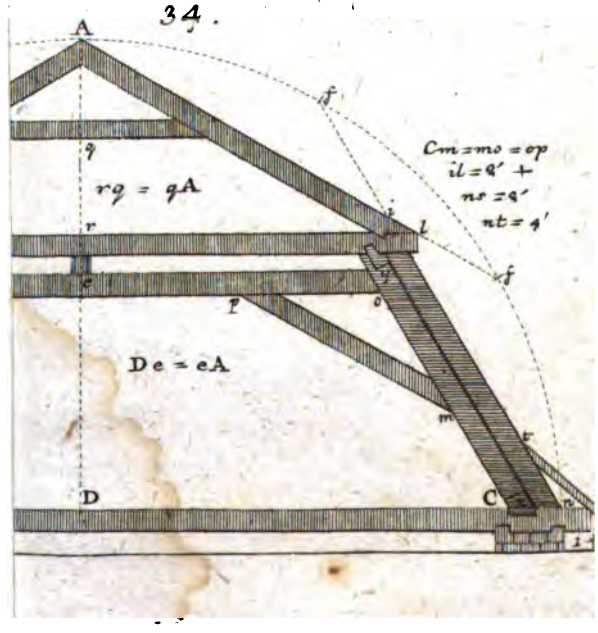
Fig. 52.
Fig. 53.
Fig. 49.
Fig

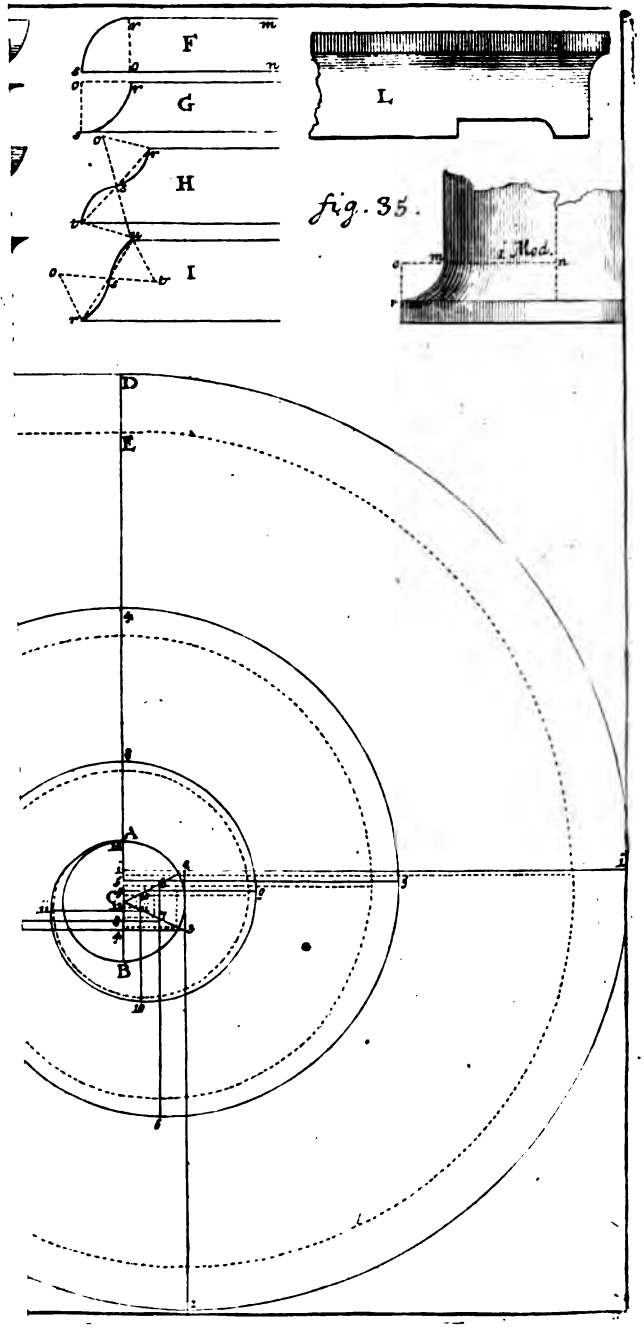

3.
4.
5.
9.
10.
11.
14.
15.
16.
19.
20.
23.
25.
26.
Sc. Vien. 1754.



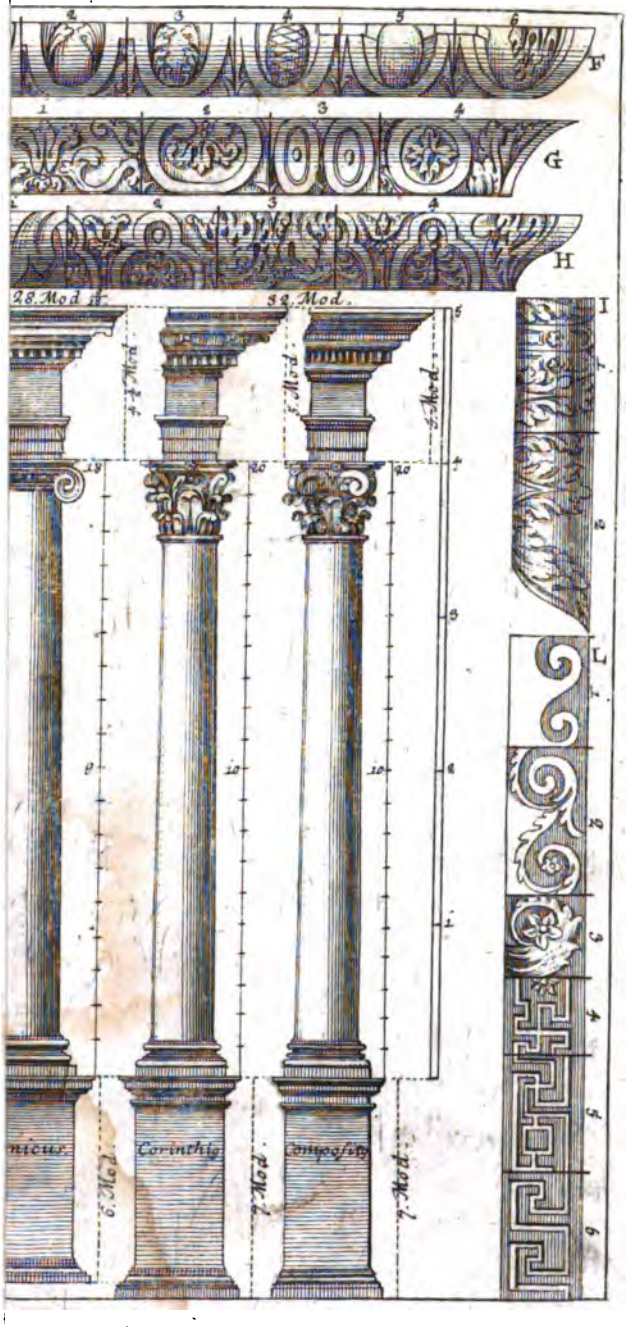

29.
30.
31.
A
B
C
D
Kahnbalke
Kehlbalke
Spann-Rigel.
hender Dachstuhl.
Balke
liegender Dach Stuhl
Saule
1 ½ ped.

ch-Sparren.

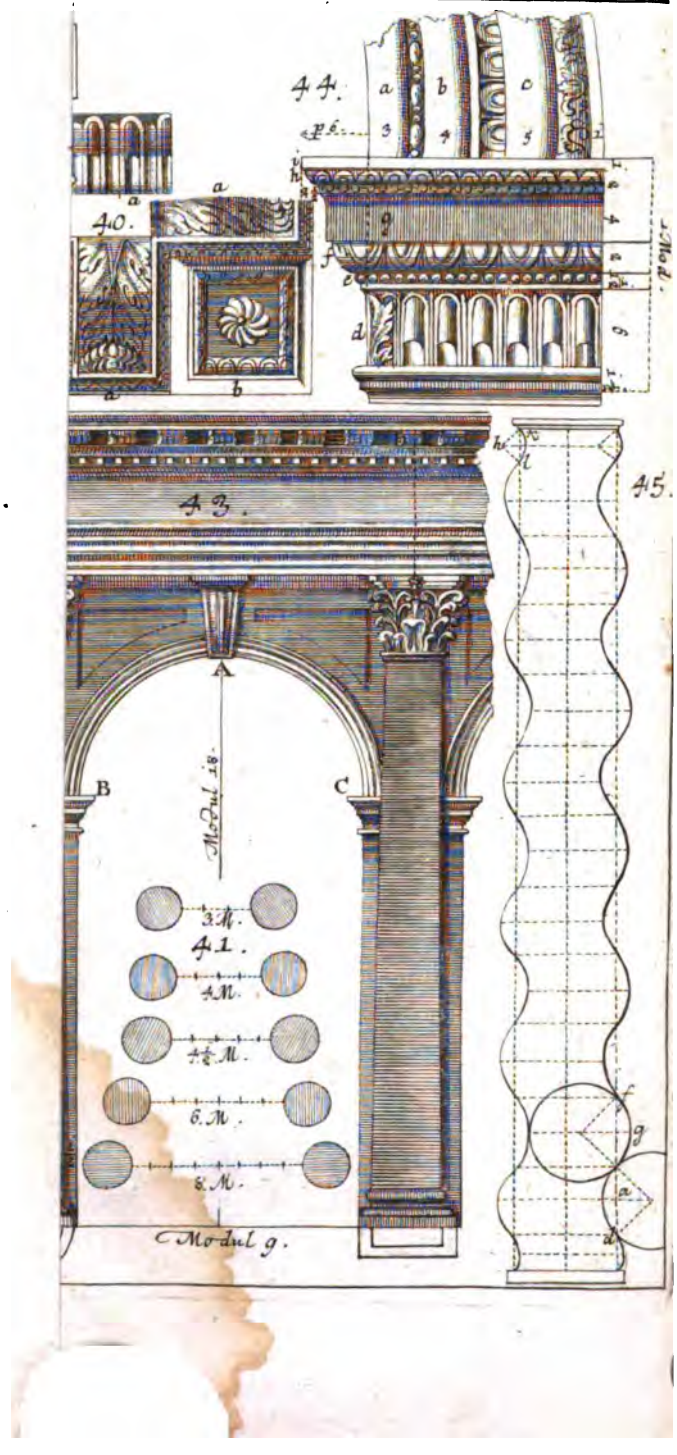

34.
A
rq = qA
Cm = mo = op
il = 2' +
ns = 2'
nt = 4'
De = eA
D
C

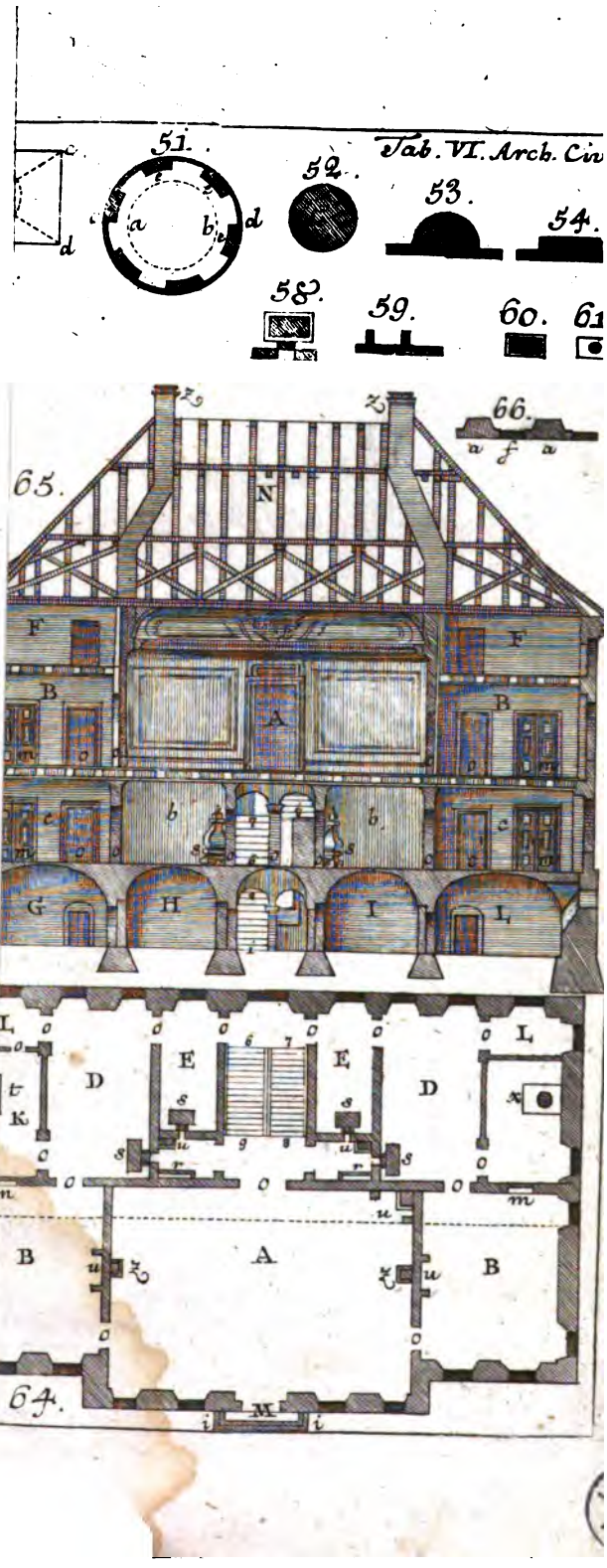


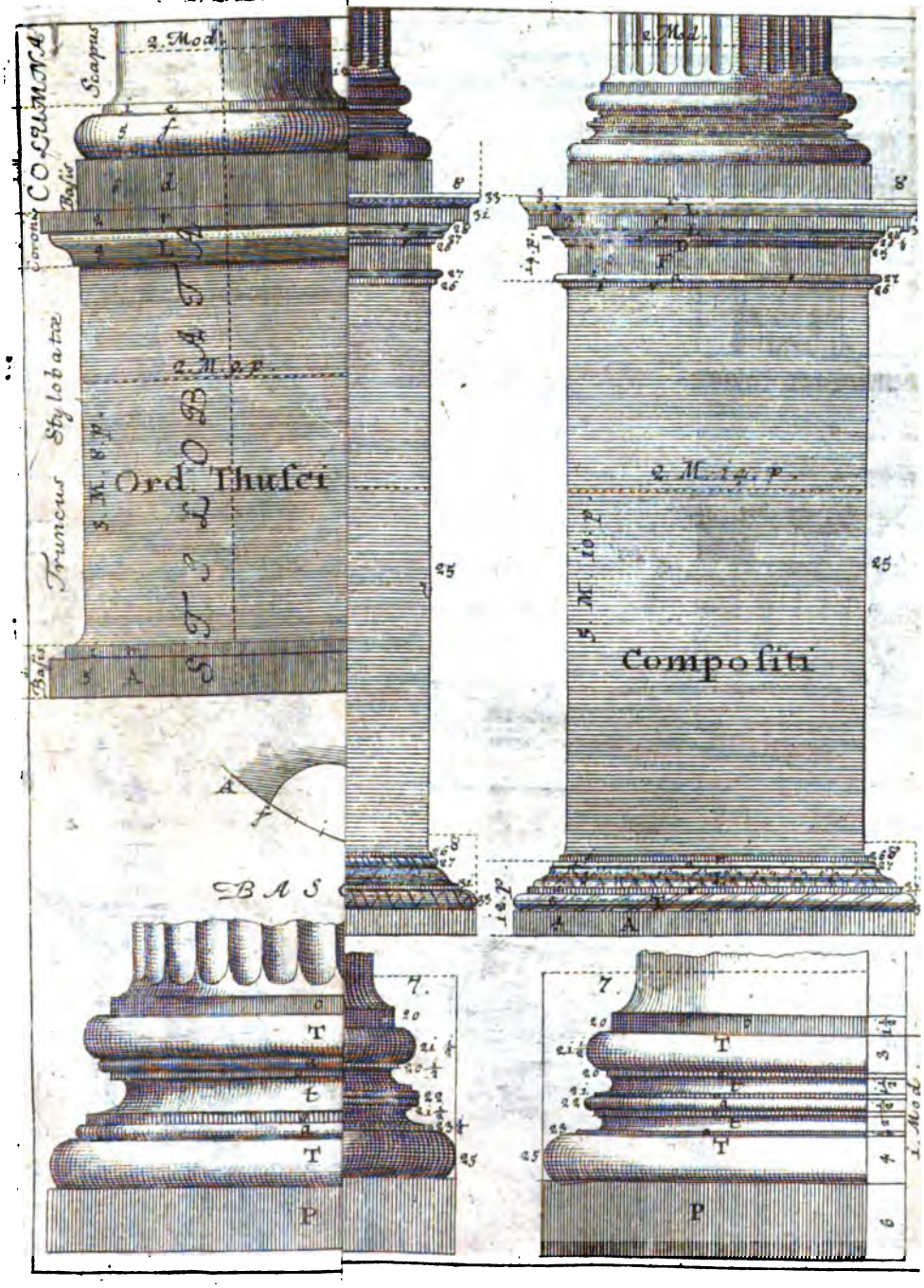
UNIV. OF MICH.


F
G
H
I
L
28. Mod
32. Mod.
4½ Mod.
5. Mod.
5. Mod.
6. Mod.
7. Mod.
7. Mod.
nicus.
Corinthig
Composity

UNIV. OF MICH.


44.
40.
43.
45.
41.
A
B
C
Modul 18.
3 M.
4 M.
4½ M.
6 M.
8 M.
Modul 9.


Tab. VI. Arch. Civ
51.
52.
53.
54.
58.
59.
60.
61
66.
65.
64.


COLUMNA
Scapus
Basis
Coronis
Truncus Stylobatæ
Basis
2. Mod.
2. M. 9. p.
3. M. 8. p.
Ord. Thusci
STYLOBATA
2. Mod.
2. M. 14. p.
5. M. 10. p.
Compositi
BAS
T
t
P
1. Mod.